



# Składowe cyklu rocznego poziomu morza w rejonie Mórz Nordyckich<sup>a</sup> w latach 1979-2004 - wyniki z 9 km wersji modelu NPS<sup>b</sup> Oceanu Arktycznego

( Na bazie prezentacji na Seminarium Zakładu Dynamiki Morza - 17.02.2015 r.)<sup>c</sup>

Andrzej Jankowski

Institute of Oceanology of PAS, Powstancow Warszawy 55, 81-712 Sopot, Poland

e-mail: jankowsk@iopan.gda.pl

---

<sup>a</sup> Termin obejmuje akweny Mórz: Norweskiego, Islandzkiego, Grenlandzkiego i Barentsa (lub tylko jego zachodniej części) - porów.  
np. Hurdle, B. G., (Ed.), (1986), *The Nordic Seas*, Springer, New York, str. 777

<sup>b</sup> Naval Postgraduate School

<sup>c</sup> © Andrzej Jankowski, 2015

Seminarium Zakładu Dynamiki Morza - 17.02.2015 r.

**Składowe cyklu rocznego poziomu morza w rejonie Mórz Nordyckich<sup>a</sup> w latach 1979-2004 - wyniki z 9 km wersji modelu NPS<sup>b</sup> Oceanu Arktycznego**

**Andrzej Jankowski** *Instytut Oceanologii PAN, Sopot*

*współpraca: Wiesław Masłowski Oceanography Department, Naval Postgraduate School, Monterey, California, USA*

<sup>a</sup> Termin obejmuje akweny Mórz: Norweskiego, Islandzkiego, Grenlandzkiego i Barentsa (lub tylko jego zachodniej części) - porów.  
np. Hurdle, B. G., (Ed.), (1986), *The Nordic Seas*, Springer, New York, str. 777

<sup>b</sup> Naval Postgraduate School

## Plan wystąpienia

- Wstęp
- Model
- Metoda (algorytmy obliczeniowe)
- Dane wykorzystane w obliczeniach
  - Dane z modelu NPS
  - Dane obserwacji *in situ*
- Wyników obliczeń
  - Weryfikacja algorytmów obliczeniowych
  - Wyniki obliczeń dla danych z modelu NPS
  - Konfrontacja wyników z modelu i pomiarów na wybranych stacjach
  - Ocena wyników obliczeń
- Uwagi końcowe

## Wstęp

### Cel pracy

- analiza składowych cyklu rocznego<sup>(a)</sup> poziomu morza, wyznaczonego z modelu NPS dla rejonu Mórz Nordyckich

### Cele szczegółowe:

- analiza głównych: (Sa, Psa; Ssa, Pssa)<sup>(b)</sup> składowych harmoniczných cyklu rocznego poziomu morza dla rejonu Mórz Nordyckich

- ocena wkładu głównych (Sa, Ssa) składowych harmoniczných cyklu rocznego poziomu morza w wariancję serii wyjściowej

- ocena wyników obliczeń - konfrontacja oszacowań otrzymaných z danych z modelu i z pomiarów na wybranych stacjach mereograficznych

Przedmiot analiz: pola poziomu morza  $\eta(x, y, t)$  - wyniki 26 letniej symulacji dla okresu 1979-2004, uśrednione dla poszczególných miesięcy (średnie miesięczne wartości )

---

<sup>a</sup> cykl roczny: - suma 6 harmonik o okresach, odpowiednio,  $T_i = T_o/i$ , gdzie:  $T_o = 12mies.$ ,  $i = 1, \dots, 6$  )

<sup>b</sup> Sa, Psa; Ssa, Pssa - odpowiednio: amplituda i faza składowej rocznej (12 mies) oraz amplituda i faza składowej półrocznej (6 mies) )

## Model

Model Oceanu Arktycznego - NPS ocean-lód (the Naval Postgraduate School ice-ocean model) został opracowany i jest eksploatowany w Monterey (Kalifornia) do prognozy stanu zlodzeania w akwenach polarnych w ramach PIPS 3.0 (Polar Ice Prediction System)(<sup>a</sup>).

Rozdzielczość przestrzenna modelu:  $1/12^{\circ}$  ( $\sim 9$  km) w poziomie oraz 45 warstw w pionie, w tym 8 w warstwie 0 - 50 m

**Domena modelu** obejmuje Morze Arktyczne oraz akweny mórz:

- Labradorskiego, Irmingera, Nordyckich, Północnego i Bałtyckiego od strony Oceanu Atlantyckiego
- Ochockiego, Japońskiego i Beringa od strony Pacyfiku.

**Granice boczne - zamknięte:** na  $\sim 30^{\circ}\text{N}$  w Płn. Pacyfiku oraz na  $40^{\circ}$ - $45^{\circ}\text{N}$  w Płn. Atlantyku  
Sztuczny kanał poprzez terytorium Kanady - w celu zbilansowania wymiany wód w Cieśninie Beringa

Szczegółowe informacje dotyczące modelu oraz zrealizowanych symulacji można znaleźć w Internecie na stronie domowej systemu PIPS 3.0 (<http://www.oc.nps.edu/~pips3/>) oraz w pracy Maslowski i in. (2004)(<sup>b</sup>)

---

<sup>a</sup><http://www.oc.nps.edu/~pips3/>

<sup>b</sup>Maslowski, W., Marble, D., Walczowski, W., Schauer, U., Clement, J.L., Semtner, A.J., 2004, *On climatological mass, heat, and salt transports through the Barents Sea and Fram Strait from a pan-Arctic coupled ice-ocean model simulation*, J. Geophys. Res. 109, C03032. doi:10.1029/2001JC0010139

## Metoda

Do wyznaczenia składowych cyklu rocznego poziomu morza (średnie miesięczne wartości) - 6 harmonik o okresach, odpowiednio, 12 mies., 6 mies., 4 mies., 3 mies., 2.4. oraz 2 mies. zastosowano algorytmy analizy harmonicznej (Emery & Thompson, 1997<sup>(a)</sup>); Pruchnicki 1987<sup>(b)</sup>).

Rozważono następujące warianty obliczeń:

1. Rozwinięcie w szereg Fouriera szeregu czasowego poziomu morza uśrednionego w cyklu rocznym (tzw. klimatyczny cykl roczny) dla danego węzła siatki numerycznej modelu  $(x, y)$ :

$$\eta_m(t) = \eta_m(j) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^K \eta(j, i); \quad j = 1, 2, \dots, 12; \quad N = K \cdot 12 = 312 \quad (1)$$

gdzie:

$t$  - oznacza czas w miesiącach,  $j$  - oznacza indeks kolejnego miesiąca, a  $i$  - oznacza indeks kolejnego roku w serii czasowej poziomu morza  $\eta(x, y, t)$ ,  $K$  - liczba pełnych, t.j. zawierających 12 miesięcy, lat,  $N$  - liczba elementów szeregu czasowego ( dla  $K = 26$  (lat) -  $N = 312$  (mies.)).

---

<sup>a</sup> Emery, W.J., Thomson R.E. (1997), *Data and Analysis Methods in Physical Oceanography*, Pergamon Press, Oxford, str. 634

<sup>b</sup> Pruchnicki J., (1987), *Metody opracowań klimatycznych*, PWN, Warszawa, str. 203

## Metoda ... kontynuacja

Tak otrzymane szeregi czasowe liczące 12 wartości poddano analizie analizy harmonicznej, rozwijając w szereg Fouriera (Emery & Thompson, 1997; Pruchnicki 1987):

$$\eta_m(t) = \bar{\eta}_m + \sum_{i=1}^{n/2} A_i \cos\left(\frac{2\pi}{T} it\right) + B_i \sin\left(\frac{2\pi}{T} it\right); \quad (2)$$

gdzie:

$\bar{\eta}_m$  - wartość średnia;  $T = 12mies.$  - długość szeregu,  $n = 12$  - liczba elementów szeregu czasowego;  $i = 1, 2, \dots, n/2$  - numer kolejnej harmoniki;  $t$  - czas (w mies.).

Współczynniki rozłożenia Fouriera określano z wzorów:

$$A_i = \frac{2}{n} \sum_{i=1}^n \eta_m(t) \cos\left(\frac{2\pi}{T} it\right); \quad B_i = \frac{2}{n} \sum_{i=1}^n \eta_m(t) \sin\left(\frac{2\pi}{T} it\right); \quad (3)$$

a amplitudy  $C_i$  i fazy  $\phi_i$  poszczególnych składowych cyklu rocznego według standardowych zależności:

$$C_i = \sqrt{A_i^2 + B_i^2}; \quad \phi_i = \arctg\left(\frac{B_i}{A_i}\right); \quad i = 1, 2, \dots, 6 \quad (4)$$

Ten wariant wyznaczania parametrów cyklu rocznego poziomu morza będziemy dalej w pracy nazywać metodą analizy harmonicznej (**ana\_h**).

**Metoda** ... kontynuacja

2. Rozwinięcie w szereg Fouriera szeregu czasowego poziomu morza dla danego węzła siatki numerycznej modelu z uwzględnieniem 6 harmonik cyklu rocznego o okresach, odpowiednio, 12, 6, 4, 3 2.4 oraz 2 miesiące z zastosowaniem regresji wielorakiej:

$$\eta_2(t) = \eta_2(j) = \bar{\eta}_2 + \sum_{i=1}^6 A_i \cos\left(\frac{2\pi}{T_o} it\right) + B_i \sin\left(\frac{2\pi}{T_o} it\right); \quad j = 1, 2, \dots, N \quad (5)$$

gdzie:  $\bar{\eta}_2$  - wartość średnia;  $T_o = 12mies.$ - okres rocznej harmoniki,  $N$ - liczba elementów szeregu czasowego;  $i = 1, 2, \dots, 6$  - numer kolejnej harmoniki;  $t$ - czas (w mies.).

Współczynniki  $A_i, B_i$  rozwinięcia w szereg Fouriera szeregu czasowego  $\eta_2(t)$  wyznaczano metodą najmniejszych kwadratów (MNK).

Rozważono dwa podwarianty metody, rozwiązując numerycznie układ równań normalnych metody NMK z zastosowaniem algorytmu SVD (<sup>a</sup>) oraz algorytmu MRQ (algorytm Levenberga-Marquardta) (<sup>b</sup>)

Ten wariant wyznaczania parametrów cyklu rocznego będziemy dalej określać metodą regresji wielorakiej (wielokrotnej) z algorytmem SVD lub algorytmem MRQ i oznaczać symbolem, odpowiednio, **SVD15** i **MRQ15**.

---

<sup>a</sup>Rozkład według wartości osobliwych (rozkład według wartości szczególnych, dekompozycja głównych składowych, dekompozycja na wartości singularne, dekompozycja SVD, rozkład SVD, algorytm SVD (ang. Singular Value Decomposition)) to pewien rozkład macierzy (dekompozycja) na iloczyn trzech specyficznych macierzy - źródło: [http://pl.wikipedia.org/wiki/Rozkład\\_według\\_wartości\\_osobliwych](http://pl.wikipedia.org/wiki/Rozkład_według_wartości_osobliwych).

<sup>b</sup>Algorytm Levenberga-Marquardta jest obecnie jednym z najczęściej wykorzystywanych algorytmów optymalizacji nieliniowej, w szczególności w nieliniowym zadaniu najmniejszych kwadratów. Jest to algorytm iteracyjny, łączący w sobie cechy metody największego spadku i metody Gaussa-Newtona - źródło: [http://pl.wikipedia.org/wiki/Algorytm\\_Levenberga-Marquardta](http://pl.wikipedia.org/wiki/Algorytm_Levenberga-Marquardta)



**Metoda** ... kontynuacja

**3.** Rozwinięcie w szereg Fouriera szeregu czasowego poziomu morza dla danego węzła siatki numerycznej modelu z uwzględnieniem 6 harmonik cyklu rocznego o okresach, odpowiednio, 12, 6, 4, 3 2.4 oraz 2 miesiące z zastosowaniem regresji wielorakiej, jak w wariancie **2**, lecz z uwzględnieniem trendu liniowego:

$$\eta_3(t) = \eta_3(j) = \alpha_1 + \alpha_2 \cdot t + \sum_{i=1}^6 A_i \cos\left(\frac{2\pi}{T_o} it\right) + B_i \sin\left(\frac{2\pi}{T_o} it\right); \quad j = 1, 2, \dots, N \quad (6)$$

gdzie:

$\alpha_1 = \overline{\eta_2}$  - wartość średnia;  $\alpha_2$  - współczynnik trendu liniowego;  $T_o = 12mies.$ - okres rocznej harmoniki,  $N$ - liczba elementów szeregu czasowego;  $i = 1, 2, \dots, 6$  - numer kolejnej harmoniki;  $t$ - czas (w mies.).

Współczynnik  $\alpha_2$  oraz współczynniki  $A_i, B_i$  rozwinięcia w szereg Fouriera szeregu czasowego  $\eta_2(t)$  wyznaczano metodą najmniejszych kwadratów (MNK), stosując opisane wyżej algorytm SVD15 i MRQ15.

Ten wariant wyznaczania parametrów cyklu rocznego będziemy dalej określać metodą regresji wielorakiej (wielokrotnej) z algorytmem SVD lub algorytmem MRQ i oznaczać symbolem, odpowiednio, **SVD** i **MRQ**.

W opracowanych programach obliczeniowych (Fortran 77) do zadań z regresją wieloraką wykorzystano dobrze udokumentowane podprogramy obliczeniowe z pracy Press i in. (1992)<sup>(a)</sup>:

*mrqmin.f, mrqcof.f, covsrt.f*, w przypadku algorytmu MRQ (MRQ15), oraz *svdfit.f, dsvbksb.f, dsvdcmp.f, svdcmp.f, svdvar.f*, w przypadku algorytmu SVD (SVD15).

---

<sup>a</sup> Press W. H. i in., (1992), *Numerical Recipes in Fortran: the art of scientific computing*, (autorzy: Press W. H., S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling & B. P. Flanery), Cambridge University Press, 2nd edition, str. 963

## Dane wykorzystane w obliczeniach - Dane obserwacji *in situ*

Dane uzyskano z bazy danych PSMSL (Woodworth & Player, 2003)<sup>(a)</sup>, wykorzystując tylko tzw. **RLR** <sup>(b)</sup> serii danych obserwacji.

Rozważono dwa warianty wyboru stacji mareograficznych:

1. - ocena poprawności opracowanych algorytmów - wybrano serie danych na 5 + 16 stacjach, zlokalizowanych w rejonie Mórz Nordyckich i Morza Północnego (Skagerrak), dla których w raporcie Woodworth'a (1984) <sup>(c)</sup> były dostępne wyniki oszacowań harmoniki rocznej (12 mies. ) i półrocznej (6 mies.).

Dane obserwacji z 5 stacji użyto jedynie do konfrontacji obliczeń z zastosowaniem metody analizy harmonicznej (**ana\_h**). Obserwacje na 16 stacjach - wykorzystano do weryfikacji wyników obliczeń zrealizowanych z zastosowaniem wszystkich trzech wariantów metody.

2. - walidacja wyników obliczeń z wykorzystaniem serii czasowych poziomu morza z modelu NPS. Wybrano 23 stacje zlokalizowane w rejonie Mórz Nordyckich i w Skagerraku, w tym 3 stacje zlokalizowane na wyspach (Islandia (1), Wyspy Owcze (1) i Spitsbergen (1)).

---

<sup>a</sup> Woodworth, P. L., R. Player, 2003, *The Permanent Service for Mean Sea Level: an update to the 21st century*, Journal of Coastal Research, 19 (2), 287-295.

<sup>b</sup>RLR (Revised Local Reference) - to podzbiór danych pomiarów poziomu morza na danej stacji mareograficznej, średnich miesięcznych (i rocznych), sprowadzonych przez PSMSL do wspólnego poziomu odniesienia. Dla celów naukowych, np. analiza szeregów czasowych, oszacowania długoterminowych trendów, zaleca się, aby używać tylko RLR serie czasowe obserwacji poziomu morza - porów. <http://www.psmsl.org/data/obtaining/psmsl.hel>.

<sup>c</sup> Woodworth P.L., (1984), *The worldwide distribution of the seasonal cycle of mean sea level*, Institute of Oceanographic Sciences (I.O.S), Bidston, Report No. 190, 1-94

## Dane wykorzystane w obliczeniach - Dane z modelu NPS

1. Pola poziomu  $\eta(x, y)$  dla danego miesiąca (momentu czasowego) stanowiła macierz danych wyjściowych z modelu NPS o rozmiarach 1280 x 720, z której wyodrębniono domenę obejmującą akwen Mórz Nordyckich, dla której wyznaczono rozkłady przestrzanne obliczonych wielkości (parametrów).
2. Do obliczeń walidacyjnych wybierano serie (szeregi) czasowe poziomu morza w węzłów siatki numerycznej modelu NPS zlokalizowanych zlokalizowanego najbliższej określonej stacji mareograficznej.

W konsekwencji, wybrano serie w 23 węzłach siatki numerycznej modelu NPS.

Dla celów walidacji serii danych z modelu ( stała długość - 312 mies.) redukowano do długości szeregu czasowego z pomiarów.

## **Rezultaty obliczeń - Weryfikacja algorytmów obliczeniowych**

W pierwszym etapie zrealizowano obliczenia mające na celu weryfikację zastosowanych algorytmów obliczeniowych.

Dane pomiarów na stacjach mareograficznych wybrano tak aby można porównać wyniki obliczeń z rezultatami estymacji dwóch pierwszych harmonik cyklu rocznego prezentowanych w pracy Woodworth'a (1984).

W tym celu obliczenia z zastosowaniem algorytmu analizy harmonicznej zastosowano do danych na 5 stacjach z pracy Woodworth'a (1984), zlokalizowanych blisko akwenu Mórz Nordyckich, a których estymacje parametrów były dostępne w pracy Woodworth'a (1984).

Weryfikacja wyników obliczeń z wykorzystaniem zarówno algorytmu analizy harmonicznej jak i regresji wielorakiej wykonano dla wybranych 16 stacji zlokalizowanych w akwenu Mórz Nordyckich, w tym kilku stacji brzegowych norweskich, z rejonu Morza Północnego (Skagerrak).

## Rezultaty obliczeń - Weryfikacja algorytmów obliczeniowych 1

### Analiza harmoniczna - (ana\_h)

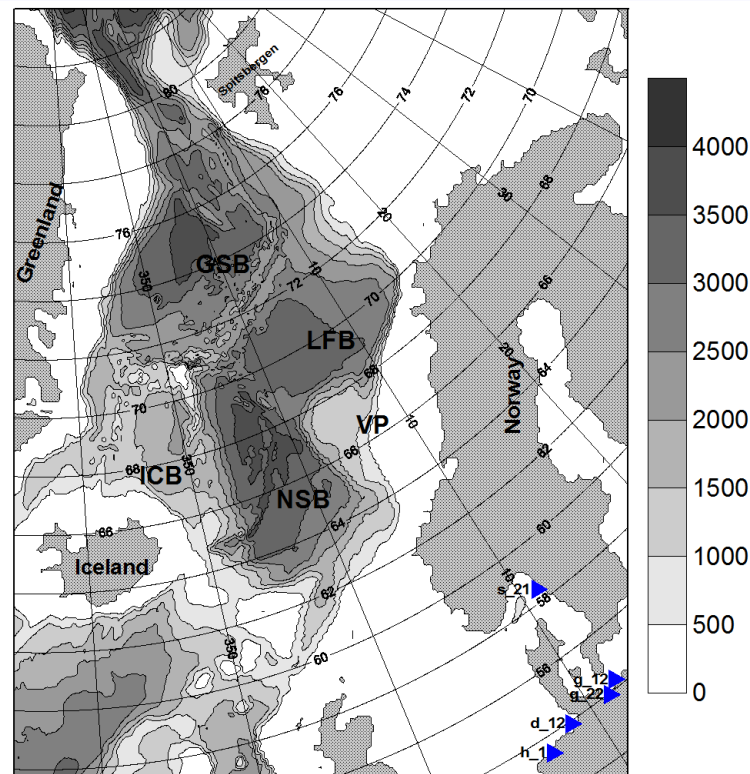
Ocenę poprawności algorytmów obliczeniowych realizowano konfrontując wyniki obliczeń dwóch pierwszych harmonik cyklu rocznego wyznaczonych dla serii pomiarowych poziomu na wybranych stacjach mareograficznych z rezultatami z pracy Woodworth'a (1984).

Tabela 1 prezentuje informacje o lokalizacji i zakresie czasowym pomiarów dostępnych na 5 stacji mareograficznych, z których dane wybrano do weryfikacji algorytmu analizy harmonicznej (ana\_h).

Lokalizację stacji na tle batymetrii Mórz Nordyckich pokazano rys. 1a.

Tabela 1 Stacje mareograficzne, z których dane pomiarów poziomu morza wykorzystano do weryfikacji wyników obliczeń z wykorzystaniem algorytmu analizy harmonicznej (ana\_h)

No.	Symbol	dlug. geogr.	szer. geogr.	Nazwa stacji	Okres
		PSMSL			pomiarowy
1	s_21	11.2500	58.3667	Backevik	1895-1936
2	g_12	12.0833	54.1833	Warnemunde	1882-1980
3	g_22	11.4667	53.9000	Wismar	1982-1980
4	d_12	8.7167	53.8667	Cuxhaven	1938-1959
5	h_1	6.9333	53.3333	Delfzijl	1865-1981



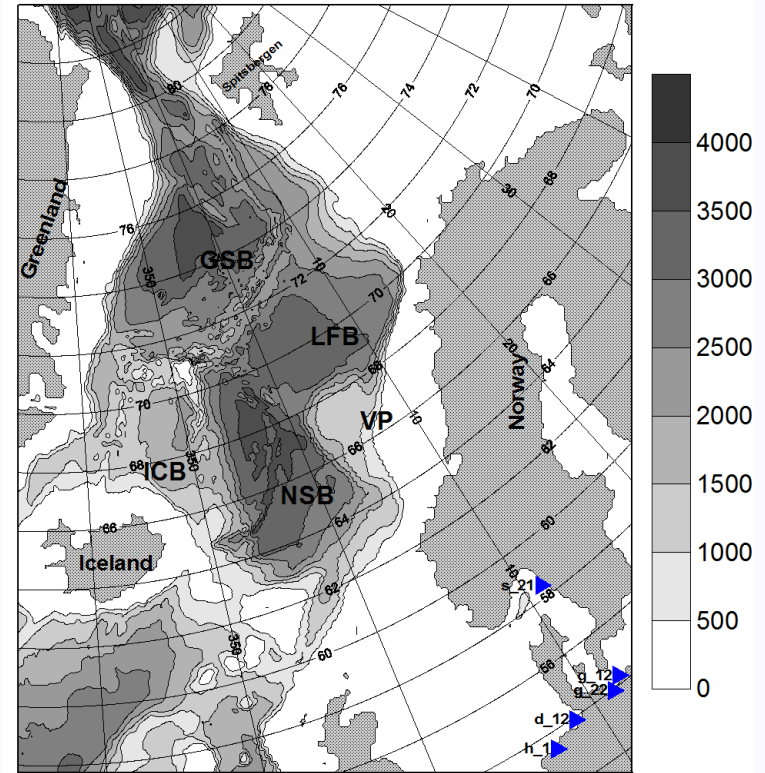
Rys. 1a Batymetria modelu NPS 9km w rejonie Mórz Nordyckich (izobaty co 500m z lokalizacją stacji mareograficznych wykorzystanych do wizualizacji rezultatów obliczeń (więcej informacji w tab. 1) - (ana\_h). Dodatkowo wyróżniono rejonów charakterystyczne: Lofoten Basin (LFB), Vøring Plateau (VP), akwen Morza Norweskiego (Norwegian Sea Basin -NSB), akwen Morza Grenlandzkiego (Greenland Sea Basin -GSB), oraz akwen Morza Islandzkiego (Iceland Sea Basin - ISB).

Wyznaczone wartości amplitud ( $S_a$ ,  $S_{sa}$ ) i faz ( $P_{sa}$ ,  $P_{ssa}$ ) oraz błąd estymacji amplitud ( $std$ ) prezentuje tab. 2, w której również podano wartości wymienionych parametrów oszacowane przez Woodworth'a (1984). Lokalizację stacji prezentuje - rys. 1a

Konfrontacja wyników wskazuje na poprawność przygotowanego algorytmu analizy harmonicznej (**ana\_h**).

Tabela 2 Cykl roczny poziomu morza - amplitudy i fazy pierwszej (12 mies. -  $S_a$ ,  $P_{sa}$ ) i drugiej (6 mies. -  $S_{sa}$ ,  $P_{ssa}$ ) harmonik cyklu rocznego poziomu morza na 5 wybranych stacji mareograficznych, z których dane pomiarów wykorzystano dla weryfikacji wyników obliczeń z zastosowaniem algorytmu analizy harmonicznej. Rezultaty z pracy - Woodworth'a (1984 oznaczono symblem "w").

No.	Symbol	$S_a$	$P_{sa}$	$S_{sa}$	$P_{ssa}$	$std$
		[mm]	[miesiąc]	[mm]	[miesiąc]	
1 (w)	s_21	80.2	9.26	32.8	0.46	2.3
	s_21	80.2	9.26	32.8	0.46	
2 (w)	g_12	56.1	8.17	24.4	1.03	4.1
	g_12	58.8	8.14	23.2	1.08	
3 (w)	g_22	51.2	7.78	22.2	1.04	4.2
	g_22	54.4	7.86	20.0	1.09	
4 (w)	d_12	91.5	9.17	14.6	5.44	12.4
	d_12	91.9	9.20	11.4	5.81	
5 (w)	h_1	80.0	9.47	14.8	5.76	4.9
	h_1	80.2	9.46	14.9	5.76	



Rys. 1a Batymetria modelu NPS 9km w rejonie Mórz Nordyckich (izobaty co 500m z lokalizacją stacji mareograficznych wykorzystanych do wizualizacji rezultatów obliczeń (więcej informacji w tab. 1) - (**ana\_h**). Dodatkowo wyróżniono rejonowe charakterystyczne: Lofoten Basin (LFB), Vøring Plateau (VP), akwen Morza Norweskiego (Norwegian Sea Basin -NSB), akwen Morza Grenlandzkiego (Greenland Sea Basin -GSB), oraz akwen Morza Islandzkiego (Iceland Sea Basin - ISB).

## Rezultaty obliczeń - Weryfikacja algorytmów obliczeniowych 2

### Analiza harmoniczna ana\_h oraz svd, svd15, mrq i mrq15

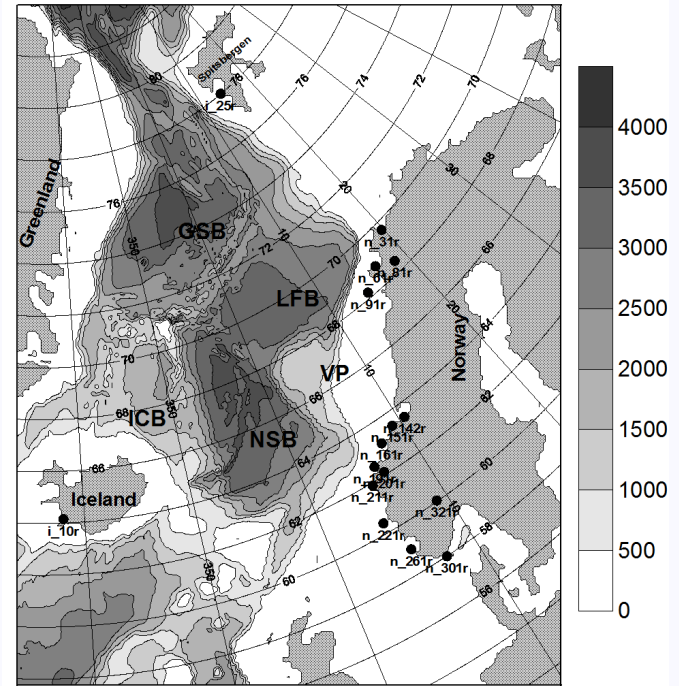
Ocenę poprawności wszystkich algorytmów obliczeniowych zrealizowano konfrontując rezultaty obliczeń dwóch pierwszych harmonik cyklu rocznego wyznaczonych dla serii pomiarowych poziomu na 16 wybranych stacjach mareograficznych z wynikami z pracy Woodworth'a (1984).

Tabela 3 zawiera informacje o lokalizacji i zakresie czasowym pomiarów dostępnych na wybranych stacjach mareograficznych, z których dane wybrano do weryfikacji zarówno algorytmu analizy harmonicznej jak i algorytmów regresji wielorakiej (MNK).

Lokalizację stacji na tle batymetrii Mórz Nordyckich pokazano rys. 1b.

Tabela 3 Stacje mareograficzne, z których dane pomiarów poziomu morza wykorzystano do weryfikacji wyników obliczeń z wykorzystaniem algorytmu analizy harmonicznej oraz metodą regresji wielorakiej (MNK) z wykorzystaniem algorytmów SVD(SVD15) i MRQ (MRQ15).

No.	Symbol	PSMSL		Nazwa stacji	Okres pomiarowy
		dług. geogr.	szer. geogr.		
1	n_31r	18.9667	69.6500	Tromso	1953-1977
2	n_61r	16.5500	68.8000	Harstad	1953-1977
3	n_81r	17.4167	68.4333	Narvik	1929-1973
4	n_91r	14.4833	68.2167	Kabelvag	1948-1977
5	n_142r	10.4333	63.4333	Trondheim	1949-1977
6	n_151r	9.1167	63.4333	Heimsjo	1935-1973
7	n_161r	7.7333	63.1167	Kristiansund N.	1953-1976
8	n_191r	6.1500	62.4667	Alesund	1951-1977
9	n_201r	5.6333	61.9167	Kjolsdal	1935-1973
10	n_211r	5.1167	61.9333	Maloy	1946-1977
11	n_221r	5.3000	60.4000	Bergen	1883-1973
12	n_261r	5.7333	58.9700	Stavanger	1928-1973
13	n_301r	7.5667	58.0000	Tregde	1935-1972
14	n_321	10.7500	59.9000	Oslo	1886-1973
15	i_10r	-21.9333	64.1500	Reykjavik	1957-1981
16	i_25r	14.2500	78.0667	Barentsburg	1949-1979



Rys. 1b Batymetria modelu NPS 9km w rejonie Mórz Nordyckich (izobaty co 500m z lokalizacją stacji mareograficznych wykorzystanych do wizualizacji rezultatów obliczeń (więcej informacji w tab. 3). Dodatkowo wyróżniono rejonów charakterystyczne: Lofoten Basin (LFB), Vøring Plateau (VP), akwen Morza Norweskiego (Norwegian Sea Basin -NSB), akwen Morza Grenlandzkiego (Greenland Sea Basin -GSB), oraz akwen Morza Islandzkiego (Iceland Sea Basin - ICB).

Tabela 4 Cykl roczny poziomu morza - amplitudy i fazy pierwszej (12 mies. - Sa, Psa) i drugiej (6 mies. - Ssa, Pssa) harmonik cyklu rocznego poziomu morza na wybranych stacji mareograficznych, z których dane pomiarów wykorzystano dla weryfikacji wyników obliczeń z zastosowaniem wybranych algorytmów. Wyniki obliczeń z zastosowaniem algorytmu analizy harmonicznej (**ana\_h**). Rezultaty z pracy - Woodworth'a (1984 oznaczono symblem "w").

No.	Symbol	Sa	Psa	Ssa	Pssa	std
		[mm]	[miesiąc]	[mm]	[miesiąc]	[mm]
1 (w)	n_31r	115.6	10.70	18.8	5.96	9.1
	1 n_31r	114.5	10.72	20.4	5.87	7.7
2 (w)	n_61r	119.9	10.72	15.2	5.55	9.2
	2 n_61r	118.2	10.71	17.0	5.60	8.6
3 (w)	n_81r	131.5	10.60	21.0	5.53	9.3
	3 n_81r	128.7	10.70	17.2	5.60	9.5
4 (w)	n_91r	134.0	10.94	14.5	4.89	9.7
	4 n_91r	133.6	10.95	14.2	4.90	8.6
5(w)	n_141r	96.8	10.54	26.1	5.14	9.5
	5 n_141r	96.4	10.55	25.9	5.54	7.0
6 (w)	n_151r	120.9	10.74	11.0	5.05	8.2
	6 n_151r	125.8	10.67	12.2	4.98	8.5
7 (w)	n_161r	131.0	10.63	15.0	4.83	9.8
	7 n_161r	131.4	10.68	16.0	4.98	6.2
8 (w)	n_191r	132.2	10.55	14.1	4.91	9.8
	8 n_191r	132.6	10.59	18.1	4.81	6.1

No.	Symbol	Sa	Psa	Ssa	Pssa	std
		[mm]	[miesiąc]	[mm]	[miesiąc]	[mm]
9 (w)	n_201r	113.9	10.11	5.9	4.77	10.8
	9 n_201r	113.3	10.15	9.9	5.04	8.8
10 (w)	n_211r	124.5	10.35	15.9	4.46	9.8
	10 n_211r	127.6	10.43	15.9	4.23	6.2
11 (w)	n_221r	104.8	10.02	16.8	5.11	6.1
	11 n_221r	102.0	10.14	15.7	5.15	3.1
12 (w)	n_261r	99.3	10.07	13.4	5.07	7.4
	12 n_261r	92.6	10.07	11.6	5.68	3.5
13 (w)	n_301r	80.3	9.80	8.7	5.40	6.2
	13 n_301r	79.8	9.78	10.3	5.42	3.6
14 (w)	n_321	118.3	8.81	19.9	5.93	7.8
	14 n_321	116.1	8.85	17.3	5.93	5.9
15 (w)	i_10r	78.0	10.14	11.1	0.25	9.4
	15 i_10r	78.6	10.14	11.1	0.22	6.2
16 (w)	i_25r	92.9	9.85	21.0	0.39	7.2
	16 i_25r	92.7	9.87	20.7	0.36	6.2



Tabela 5 Cykl roczny poziomu morza - amplitudy i fazy pierwszej (12 mies. - Sa, Psa) i drugiej (6 mies. - Ssa, Pssa) harmonik cyklu rocznego poziomu morza na wybranych stacji mareograficznych, z których dane pomiarów wykorzystano dla weryfikacji wyników obliczeń z zastosowaniem wybranych algorytmów. Wyniki obliczeń z zastosowaniem metody regresji wielorakiej (MNK) z algorytmem (SVD). Rezultaty z pracy - Woodworth'a (1984 oznaczono symblem "w").

No.	Symbol	Sa	Psa	Ssa	Pssa	std	dif
		[mm]	[miesiąc]	[mm]	[miesiąc]	[mm]	[mm]
1 (w)	n_31r	115.6	10.70	18.8	5.96	9.1	82.5
	1 n_31r	114.9	10.71	20.4	5.86	5.9	71.3
2 (w)	n_61r	119.9	10.72	15.2	5.55	9.2	80.7
	2 n_61r	118.8	10.70	17.2	5.57	6.1	70.5
3 (w)	n_81r	131.5	10.60	21.0	5.53	9.3	100.3
	3 n_81r	129.2	10.69	17.4	5.57	6.9	100.6
4 (w)	n_91r	134.0	10.94	14.5	4.89	9.7	101.3
	4 n_91r	134.0	10.94	14.6	4.89	7.7	100.2
5 (w)	n_141r	96.8	10.54	26.1	5.14	9.5	91.0
	5 n_141r	96.8	10.54	26.1	5.14	7.0	90.2
6 (w)	n_151r	120.9	10.74	11.0	5.05	8.2	88.6
	6 n_151r	126.1	10.65	12.5	4.87	6.0	84.0
7 (w)	n_161r	131.0	10.63	15.0	4.83	9.8	88.4
	7 n_161r	132.1	10.67	16.5	4.97	6.4	76.1
8 (w)	n_191r	132.2	10.55	14.1	4.91	9.8	88.7
	8 n_191r	132.2	10.59	18.1	4.81	7.0	88.3

No.	Symbol	Sa	Psa	Ssa	Pssa	std	dif
		[mm]	[miesiąc]	[mm]	[miesiąc]	[mm]	[mm]
9 (w)	n_201r	113.9	10.11	5.9	4.77	10.8	90.2
	9 n_201r	113.6	10.15	10.0	5.02	7.0	87.7
10 (w)	n_211r	124.5	10.35	15.9	4.46	9.8	84.3
	10 n_211r	127.8	10.43	16.0	4.24	6.1	77.8
11 (w)	n_221r	104.8	10.02	16.8	5.11	6.1	70.8
	11 n_221r	102.4	10.14	15.9	5.14	4.3	78.8
12 (w)	n_261r	99.3	10.07	13.4	5.07	7.4	73.2
	12 n_261r	92.6	10.07	11.6	5.68	6.2	90.5
13 (w)	n_301r	80.3	9.80	8.7	5.40	6.2	62.8
	13 n_301r	79.9	9.79	10.3	5.41	4.3	61.6
14 (w)	n_321	118.3	8.81	19.9	5.93	7.8	112.2
	14 n_321	117.7	8.85	17.4	5.88	6.6	110.3
15 (w)	i_10r	78.0	10.14	11.1	0.25	9.4	78.6
	15 i_10r	78.0	10.15	11.2	0.25	6.6	77.8
16 (w)	i_25r	92.9	9.85	21.0	0.39	7.2	68.9
	16 i_25r	93.0	9.87	20.6	0.35	5.1	68.2

Tabela 6 Cykl roczny poziomu morza - amplitudy i fazy pierwszej (12 mies. - Sa, Psa) i drugiej (6 mies. - Ssa, Pssa) harmonik cyklu rocznego poziomu morza na wybranych stacji mareograficznych, z których dane pomiarów wykorzystano dla weryfikacji wyników obliczeń z zastosowaniem wybranych algorytmów. Wyniki obliczeń z zastosowaniem metody regresji wielorakiej (MNK) z algorytmem (SVD15). Rezultaty z pracy - Woodworth'a (1984 oznaczono symblem "w").

No.	Symbol	Sa	Psa	Ssa	Pssa	std	dif
		[mm]	[miesiąc]	[mm]	[miesiąc]	[mm]	[mm]
1 (w)	n_31r	115.6	10.70	18.8	5.96	9.1	82.5
	1 n_31r	114.6	10.72	20.4	5.87	6.0	72.3
2 (w)	n_61r	119.9	10.72	15.2	5.55	9.2	80.7
	2 n_61r	118.2	10.71	16.9	5.60	6.4	73.1
3 (w)	n_81r	131.5	10.60	21.0	5.53	9.3	100.3
	3 n_81r	128.6	10.70	17.2	5.60	7.2	103.9
4 (w)	n_91r	134.0	10.94	14.5	4.89	9.7	101.3
	4 n_91r	133.7	10.95	14.2	4.92	7.9	102.2
5 (w)	n_141r	96.8	10.54	26.1	5.14	9.5	91.0
	5 n_141r	96.5	10.55	25.9	5.15	7.1	91.4
6 (w)	n_151r	120.9	10.74	11.0	5.05	8.2	88.6
	6 n_151r	125.8	10.66	12.3	4.98	6.1	85.6
7 (w)	n_161r	131.0	10.63	15.0	4.83	9.8	88.4
	7 n_161r	131.4	10.68	16.0	4.98	6.6	79.7
8 (w)	n_191r	132.2	10.55	14.1	4.91	9.8	88.7
	8 n_191r	132.7	10.59	18.1	4.81	7.0	86.3

No.	Symbol	Sa	Psa	Ssa	Pssa	std	dif
		[mm]	[miesiąc]	[mm]	[miesiąc]	[mm]	[mm]
9 (w)	n_201r	113.9	10.11	5.9	4.77	10.8	90.2
	9 n_201r	113.3	10.15	9.9	5.04	7.0	88.0
10 (w)	n_211r	124.5	10.35	15.9	4.46	9.8	84.3
	10 n_211r	127.7	10.44	15.9	4.24	6.1	78.0
11 (w)	n_221r	104.8	10.02	16.8	5.11	6.1	70.8
	11 n_221r	101.1	10.14	15.7	5.15	4.5	82.8
12 (w)	n_261r	99.3	10.07	13.4	5.07	7.4	73.2
	12 n_261r	92.6	10.07	11.6	5.68	6.2	90.5
13 (w)	n_301r	80.3	9.80	8.7	5.40	6.2	62.8
	13 n_301r	79.8	9.78	10.3	5.42	4.3	61.6
14 (w)	n_321	118.3	8.81	19.9	5.93	7.8	112.2
	14 n_321	116.1	8.85	17.3	5.93	7.7	110.3
15 (w)	i_10r	78.0	10.14	11.1	0.25	9.4	78.6
	15 i_10r	78.6	10.14	11.1	0.22	6.7	79.1
16 (w)	i_25r	92.9	9.85	21.0	0.39	7.2	68.9
	16 i_25r	92.8	9.87	20.7	0.35	5.1	68.5

Tabela 7 Cykl roczny poziomu morza - amplitudy i fazy pierwszej (12 mies. - Sa, Psa) i drugiej (6 mies. - Ssa, Pssa) harmonik cyklu rocznego poziomu morza na wybranych stacji mareograficznych, z których dane pomiarów wykorzystano dla weryfikacji wyników obliczeń z zastosowaniem wybranych algorytmów. Wyniki obliczeń z zastosowaniem metody regresji wielorakiej (MNK) z algorytmem (MRQ). Rezultaty z pracy - Woodworth'a (1984 oznaczono symblem "w").

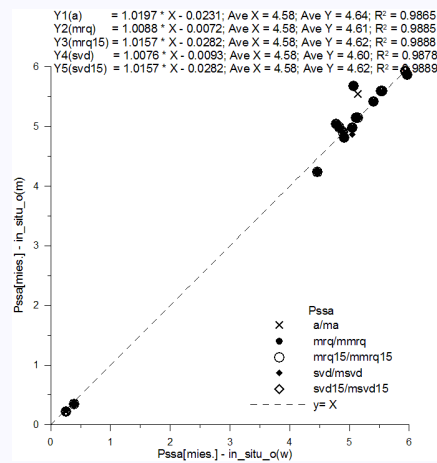
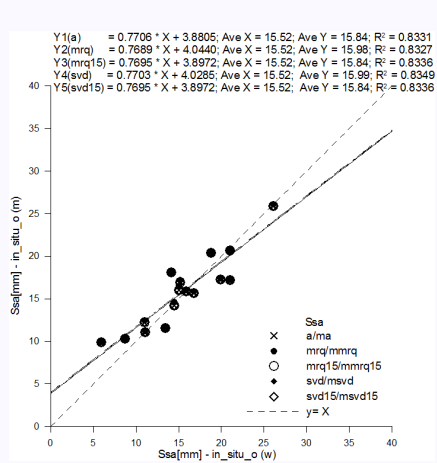
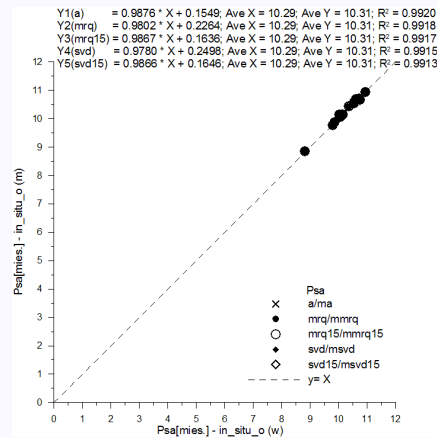
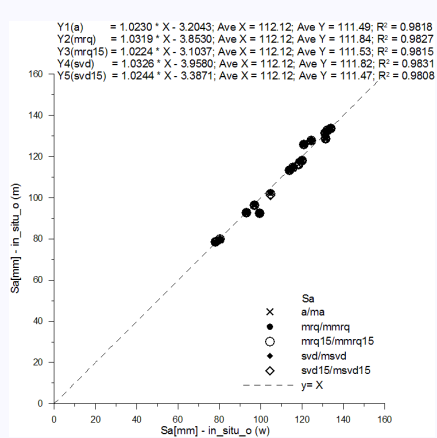
No.	Symbol	Sa	Psa	Ssa	Pssa	std	dif
		[mm]	[miesiąc]	[mm]	[miesiąc]	[mm]	[mm]
1 (w)	n_31r	115.6	10.70	18.8	5.96	9.1	82.5
	1 n_31r	114.9	10.71	20.4	5.86	5.9	71.3
2 (w)	n_61r	119.9	10.72	15.2	5.55	9.2	80.7
	2 n_61r	118.8	10.70	17.2	5.57	6.1	70.5
3 (w)	n_81r	131.5	10.60	21.0	5.53	9.3	100.3
	3 n_81r	129.1	10.69	17.3	5.57	6.9	100.6
4 (w)	n_91r	134.0	10.94	14.5	4.89	9.7	101.3
	4 n_91r	134.1	10.94	14.6	4.90	7.7	100.2
5 (w)	n_141r	96.8	10.54	26.1	5.14	9.5	91.0
	5 n_141r	96.9	10.54	26.1	5.14	7.0	90.2
6 (w)	n_151r	120.9	10.74	11.0	5.05	8.2	88.6
	6 n_151r	126.2	10.66	12.5	4.97	6.0	84.0
7 (w)	n_161r	131.0	10.63	15.0	4.83	9.8	88.4
	7 n_161r	132.1	10.67	16.5	4.97	6.3	76.1
8 (w)	n_191r	132.2	10.55	14.1	4.91	9.8	88.7
	8 n_191r	132.2	10.59	18.1	4.81	7.0	86.3

No.	Symbol	Sa	Psa	Ssa	Pssa	std	dif
		[mm]	[miesiąc]	[mm]	[miesiąc]	[mm]	[mm]
9 (w)	n_201r	113.9	10.11	5.9	4.77	10.8	90.2
	9 n_201r	113.6	10.15	10.0	5.03	7.0	87.7
10 (w)	n_211r	124.5	10.35	15.9	4.46	9.8	84.3
	10 n_211r	127.8	10.43	16.0	4.24	6.1	77.8
11 (w)	n_221r	104.8	10.02	16.8	5.11	6.1	70.8
	11 n_221r	102.4	10.14	15.9	5.14	4.3	78.8
12 (w)	n_261r	99.3	10.07	13.4	5.07	7.4	73.2
	12 n_261r	92.6	10.07	11.6	5.68	6.2	90.5
13 (w)	n_301r	80.3	9.80	8.7	5.40	6.2	62.8
	13 n_301r	79.9	9.78	10.3	5.41	4.3	61.6
14 (w)	n_321	118.3	8.81	19.9	5.93	7.8	112.2
	14 n_321	117.7	8.85	17.4	5.88	6.6	110.3
15 (w)	i_10r	78.0	10.14	11.1	0.25	9.4	78.6
	15 i_10r	78.1	10.15	11.2	0.25	6.6	77.8
16 (w)	i_25r	92.9	9.85	21.0	0.39	7.2	68.9
	16 i_25r	93.0	9.87	20.6	0.35	5.1	68.2

Tabela 8 Cykl roczny poziomu morza - amplitudy i fazy pierwszej (12 mies. - Sa, Psa) i drugiej (6 mies. - Ssa, Pssa) harmonik cyklu rocznego poziomu morza na wybranych stacji mareograficznych, z których dane pomiarów wykorzystano dla weryfikacji wyników obliczeń z zastosowaniem wybranych algorytmów. Wyniki obliczeń z zastosowaniem metody regresji wielorakiej (MNK) z algorytmem (MRQ15). Rezultaty z pracy - Woodworth'a (1984 oznaczono symblem "w").

No.	Symbol	Sa	Psa	Ssa	Pssa	std	dif
		[mm]	[miesiąc]	[mm]	[miesiąc]	[mm]	[mm]
1 (w)	n_31r	115.6	10.70	18.8	5.96	9.1	82.5
	1 n_31r	114.6	10.71	20.4	5.87	6.0	72.3
2 (w)	n_61r	119.9	10.72	15.2	5.55	9.2	80.7
	2 n_61r	118.2	10.71	16.9	5.60	6.4	73.1
3 (w)	n_81r	131.5	10.60	21.0	5.53	9.3	100.3
	3 n_81r	128.6	10.70	17.2	5.60	7.2	102.1
4 (w)	n_91r	134.0	10.94	14.5	4.89	9.7	101.3
	4 n_91r	133.7	10.95	14.2	4.91	7.9	100.2
5 (w)	n_141r	96.8	10.54	26.1	5.14	9.5	91.0
	5 n_141r	96.5	10.55	25.9	5.15	7.1	91.4
6 (w)	n_151r	120.9	10.74	11.0	5.05	8.2	88.6
	6 n_151r	125.8	10.67	12.3	4.98	6.1	85.6
7 (w)	n_161r	131.0	10.63	15.0	4.83	9.8	88.4
	7 n_161r	131.4	10.68	16.0	4.99	6.6	79.7
8 (w)	n_191r	132.2	10.55	14.1	4.91	9.8	88.7
	8 n_191r	132.7	10.59	18.1	4.81	7.0	86.3

No.	Symbol	Sa	Psa	Ssa	Pssa	std	dif
		[mm]	[miesiąc]	[mm]	[miesiąc]	[mm]	[mm]
9 (w)	n_201r	113.9	10.11	5.9	4.77	10.8	90.2
	9 n_201r	113.3	10.15	9.9	5.04	7.0	88.0
10 (w)	n_211r	124.5	10.35	15.9	4.46	9.8	84.3
	10 n_211r	127.7	10.44	15.9	4.24	6.1	78.0
11 (w)	n_221r	104.8	10.02	16.8	5.11	6.1	70.8
	11 n_221r	102.0	10.14	15.7	5.15	4.5	82.8
12 (w)	n_261r	99.3	10.07	13.4	5.07	7.4	73.2
	12 n_261r	92.6	10.07	11.6	5.68	6.2	90.5
13 (w)	n_301r	80.3	9.80	8.7	5.40	6.2	62.8
	13 n_301r	79.9	9.78	10.3	5.42	4.3	61.6
14 (w)	n_321	118.3	8.81	19.9	5.93	7.8	112.2
	14 n_321	116.1	8.85	17.3	5.93	7.7	128.2
15 (w)	i_10r	78.0	10.14	11.1	0.25	9.4	78.6
	15 i_10r	78.6	10.14	11.1	0.22	6.7	79.1
16 (w)	i_25r	92.9	9.85	21.0	0.39	7.2	68.9
	16 i_25r	92.8	9.87	20.7	0.35	5.1	68.5



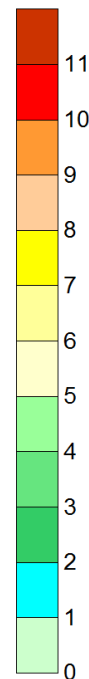
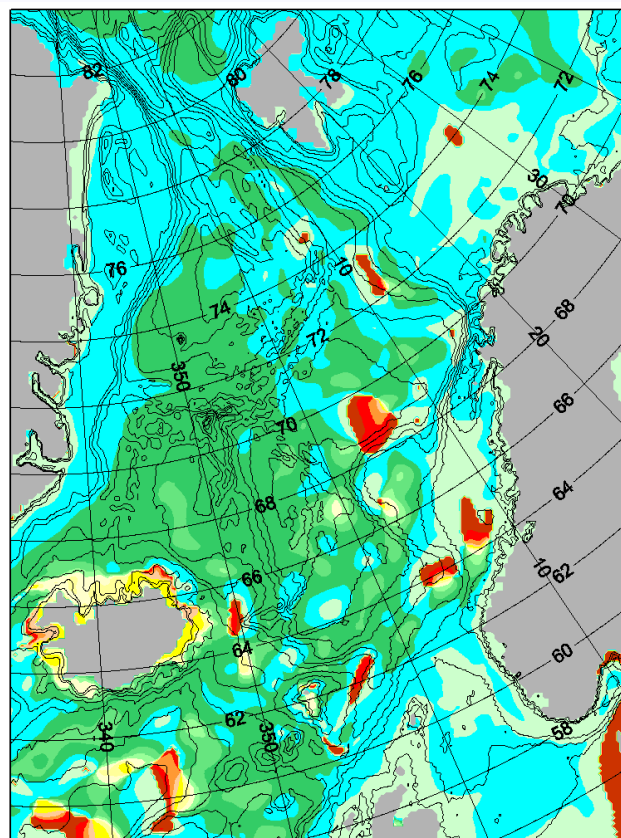
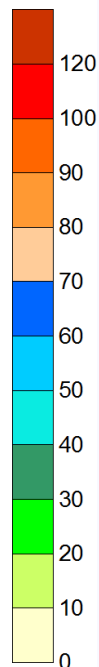
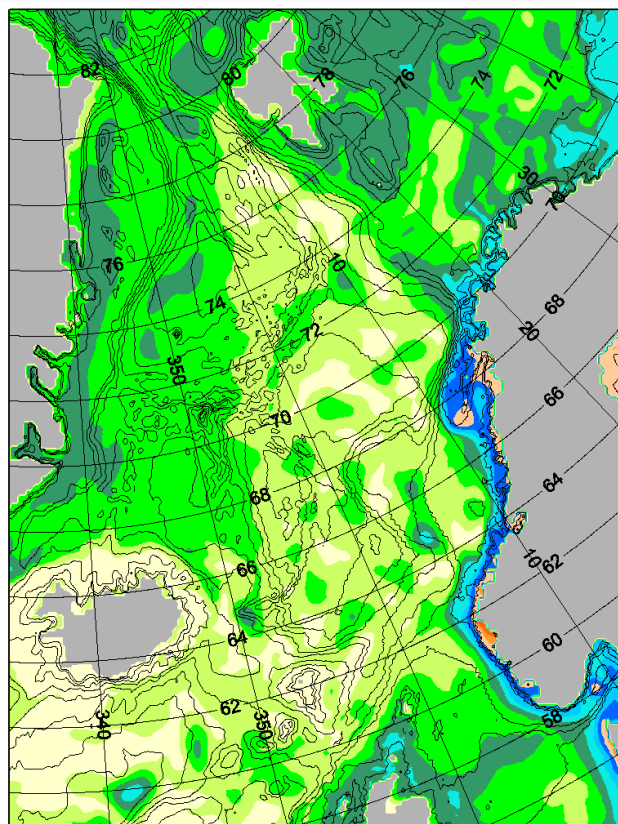
Rys. 2 Amplitudy [mm] i fazy [miesiąc] pierwszej (12 mies.- Sa, psa) i drugiej (6 mies.- Ssa, Pssa) harmonik cyklu rocznego wyznaczonych na wybranych 16 stacjach mareograficznych dla serii czasowych miesięcznych wartości poziomu morza z bazy PSMSL wyznaczonych wszystkimi wariantami metody (oś rzędnych - symbol - in\_situ\_o(m)) w konfrontacji z ich wartościami z pracy Woodworth'a (1984) (oś odciętych - symbol in\_situ\_o (w)). Sa, Psa, Ssa, Pssa - oznaczają odpowiednio amplitudę i fazę pierwszej i drugiej harmoniki.

## Wyniki obliczeń dla danych z modelu NPS - pola

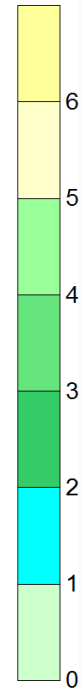
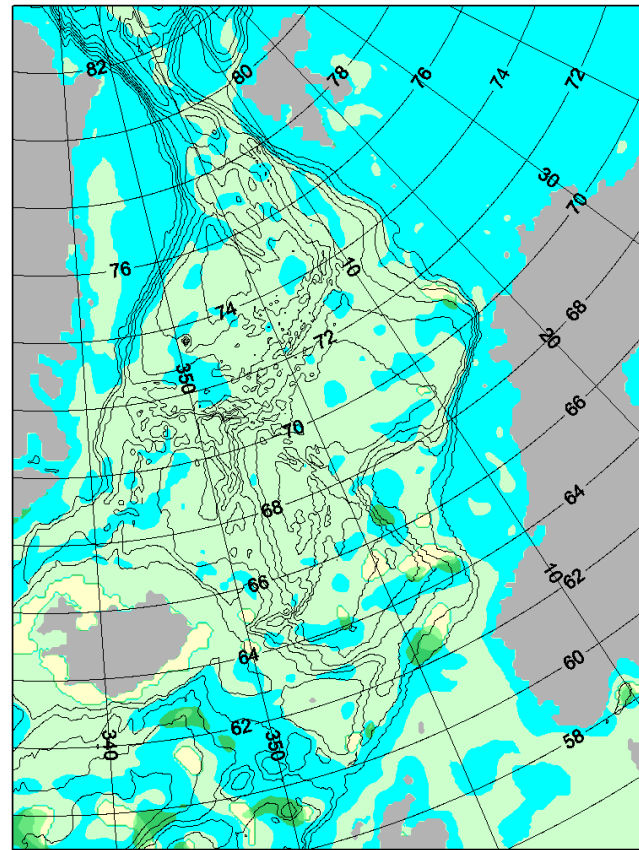
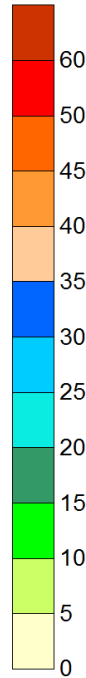
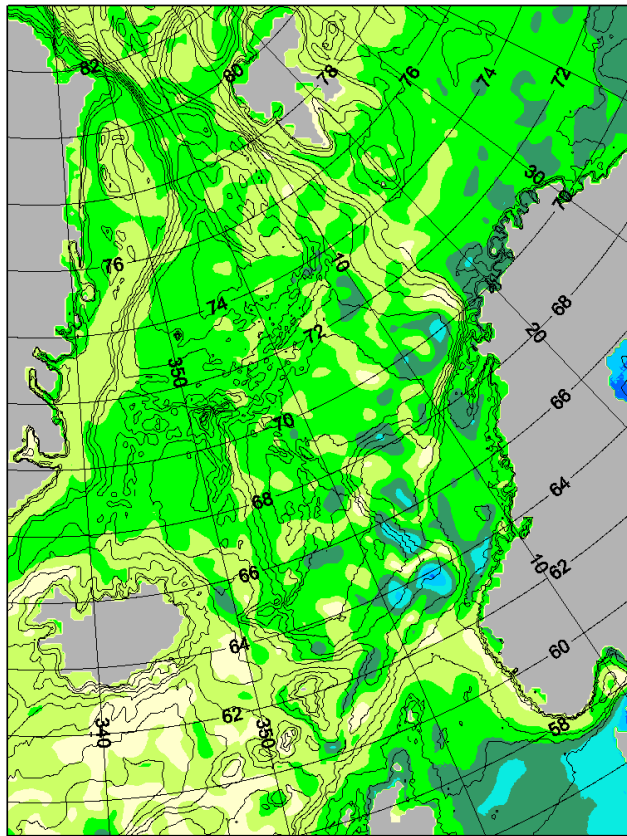
Kolejne rysunki prezentują wyniki z testów obliczeniowych w postaci rozkładów przestrzennych:

- składowej rocznej - amplitudy  $S_a$  i fazy  $P_{sa}$
- składowej półrocznej - amplitudy  $S_{sa}$  i fazy  $P_{ssa}$
- wkładu wariancji składowej rocznej  $S_a$  i półrocznej  $S_{sa}$  w wariancję serii wyjściowej
- wkładu wariancji sumy składowej rocznej  $S_a$  i półrocznej  $S_{sa}$  w wariancję serii wyjściowej
- wkładu wariancji sumy 6 składowych w wariancję serii wyjściowej.

Testy obliczeniowe realizowano z wykorzystaniem algorytmu analizy harmonicznej (**ana\_h**).

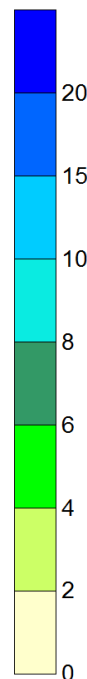
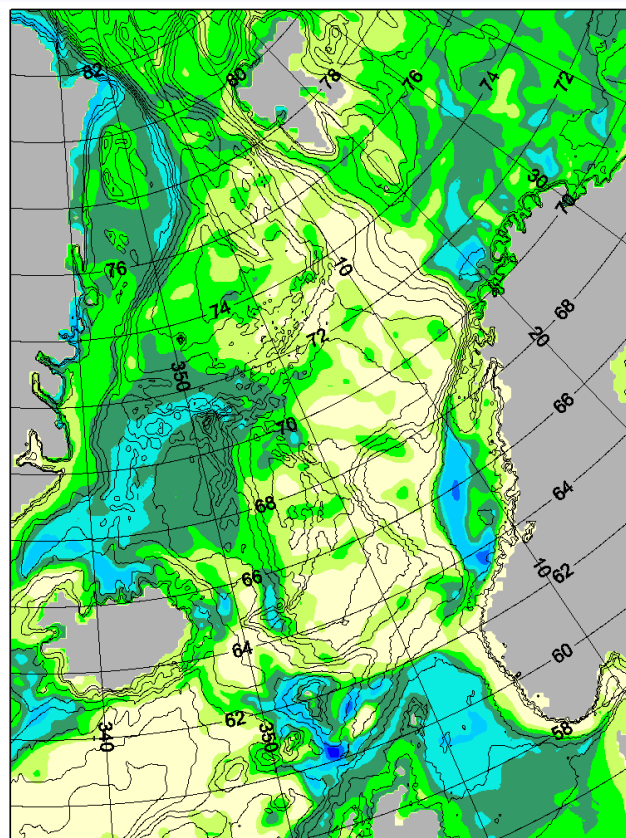
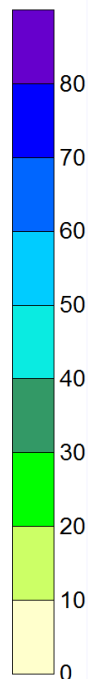
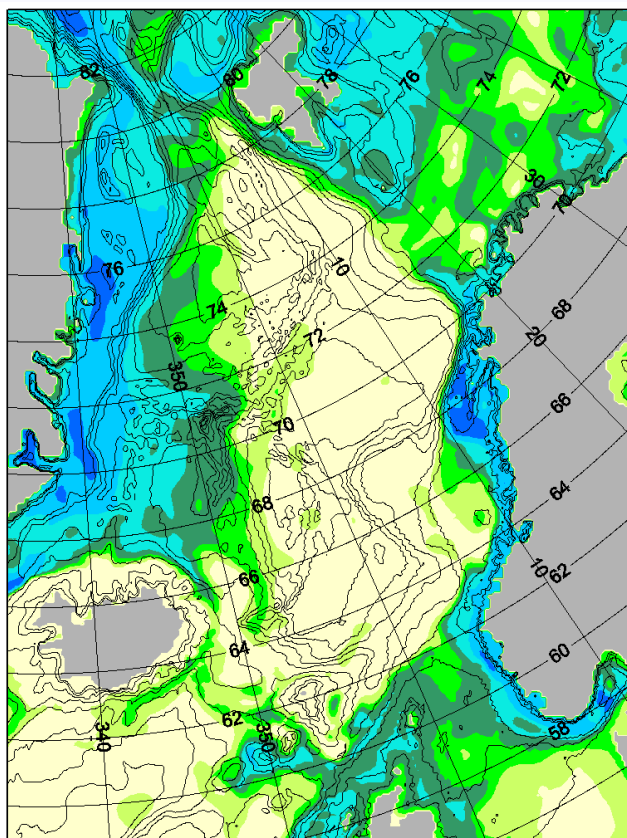


Rys. 3 Cykl roczny (średni w okresie 1979-2004) poziomu morza z modelu NPS w akwenu Mórz Nordyckich: rysunek lewy - rozkład przestrzenny amplitudy składowej rocznej  $S_a$  [mm], rysunek prawy - rozkład przestrzenny fazy składowej rocznej  $P_{sa}$  [mies]. Izolinie ilustrują batymetrię akwenu w m, skalowaną z krokiem 500m.

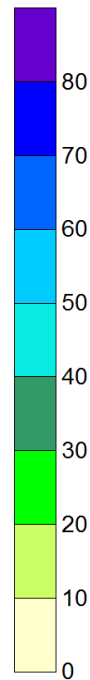
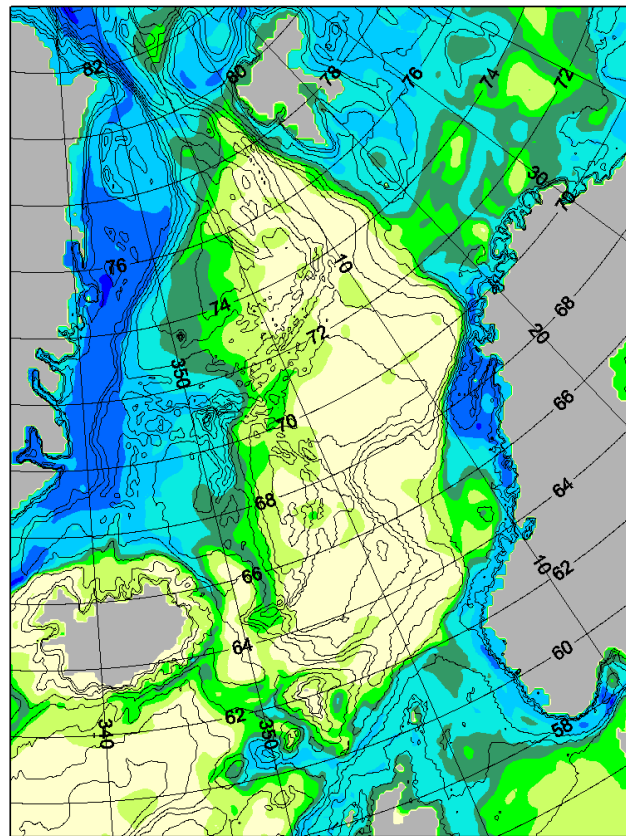
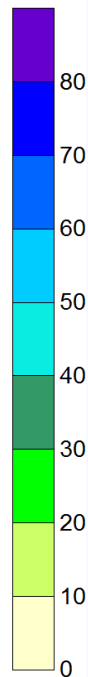
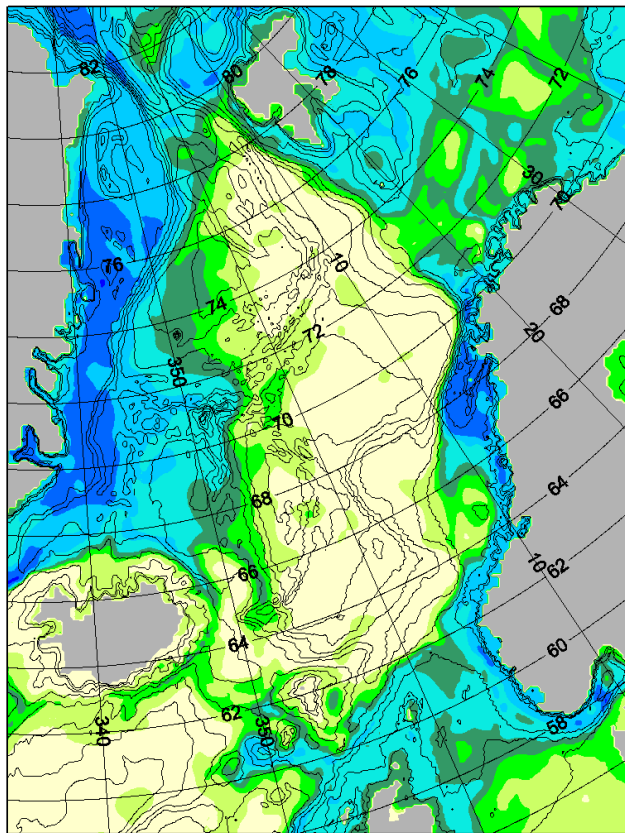


Rys. 4 Cykl roczny (średni w okresie 1979-2004) poziomu morza z modelu NPS w akwenu Mórz Nordyckich: rysunek lewy - rozkład przestrzenny amplitudy składowej półrocznej  $S_{sa}$  [mm], rysunek prawy - rozkład przestrzenny fazy składowej półrocznej  $P_{ssa}$  [mies]. Izolinie ilustrują batymetrię akwenu w m, skalowaną z krokiem 500m.





Rys. 5 Cykl roczny (średni w okresie 1979-2004) poziomu morza z modelu NPS w akwenu Mórz Nordyckich: rysunek lewy - rozkład przestrzenny wkładu [%] wariancji składowej rocznej ( $S_a$ ) cyklu rocznego w wariancję serii wejściowej poziomu morza, rysunek prawy - rozkład przestrzenny wkładu [%] wariancji składowej półrocznej ( $S_{sa}$ ) cyklu rocznego w wariancję serii wejściowej poziomu morza. Izolinie ilustrują batymetrię akwenu w m, skalowaną z krokiem 500m.



Rys. 6 Cykl roczny (średni w okresie 1979-2004) poziomu morza z modelu NPS w akwenu Mórz Nordyckich: rysunek lewy - rozkład przestrzenny wkładu [%] wariacji sumy składowych rocznej i półrocznej ( $S_a+S_{sa}$ ) cyklu rocznego w wariację serii wejściowej poziomu morza, rysunek prawy - rozkład przestrzenny wkładu [%] wariacji sumy 6 składowych cyklu rocznego w wariację serii wejściowej poziomu morza. Izolinie ilustrują batymetrię akwenu w m, skalowaną z krokiem 500m. wsa/wssa wsa12\_2a\_14a/wsat\_1\_14a - ????

## Wyniki obliczeń dla danych z modelu NPS - pola - konfrontacja z wynikami z literatury

Wyniki z pracy (dane z altymetrii dla okresu 1995- 2002):

Mork, K. A. & Skagseth, Ø. (2005)

*Annual Sea Surface Height Variability in the Nordic Seas,*

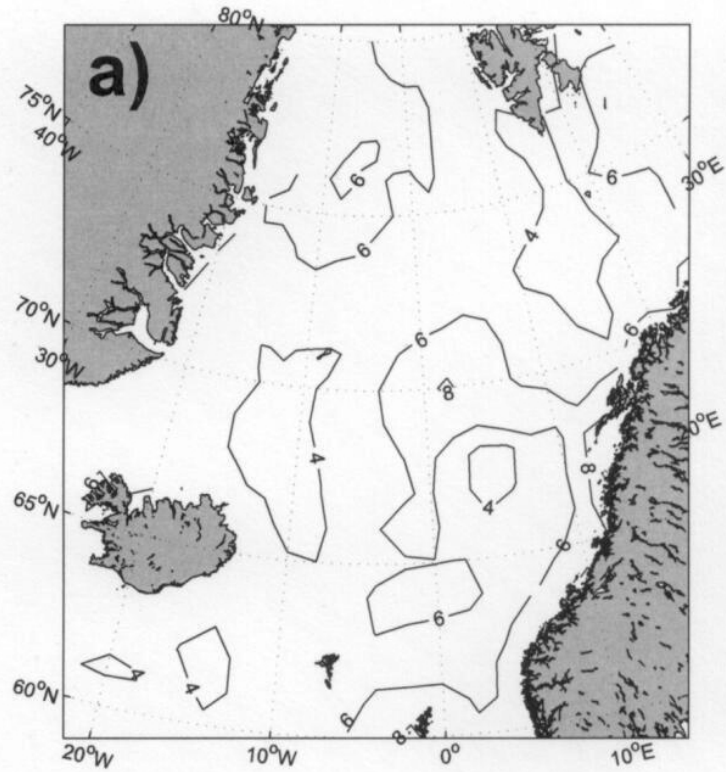
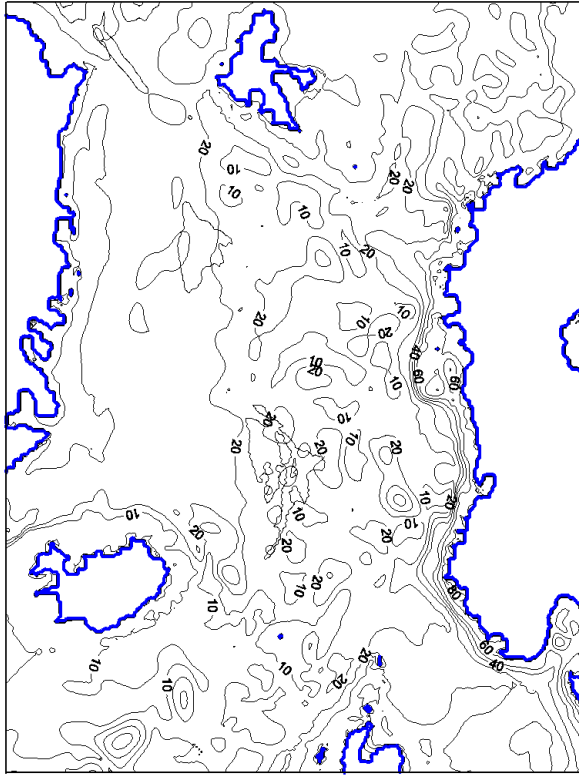
[in] *The Nordic Seas: An Integrated Perspective*

(eds H. Drange, T. Dokken, T. Furevik, R. Gerdes and W. Berger),

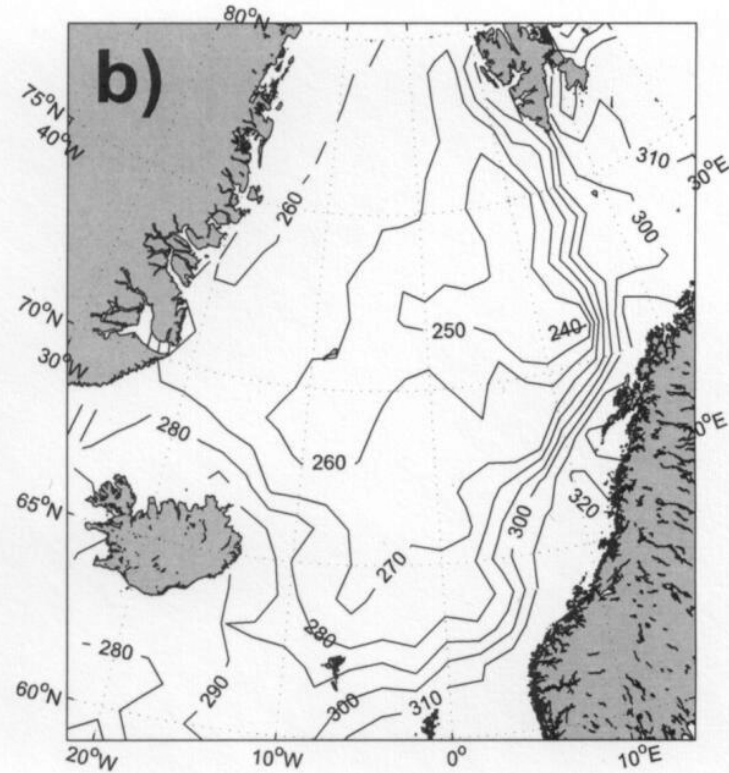
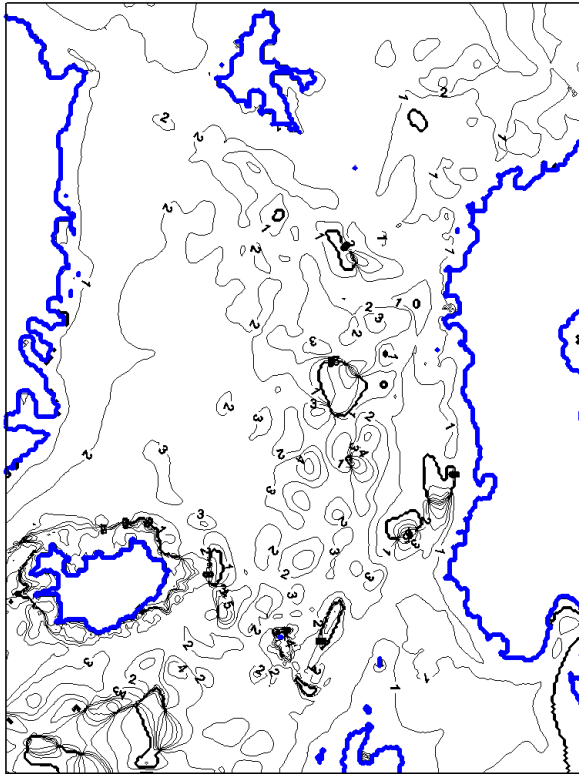
American Geophysical Union, Washington, D. C.. doi: 10.1029/158GM05

Kolejne rysunki prezentują rozkłady przestrzene:

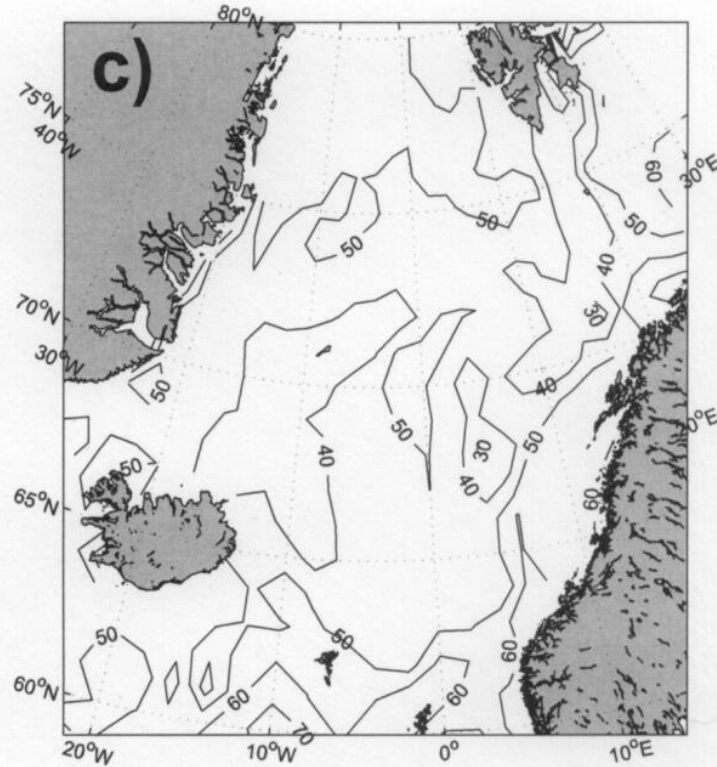
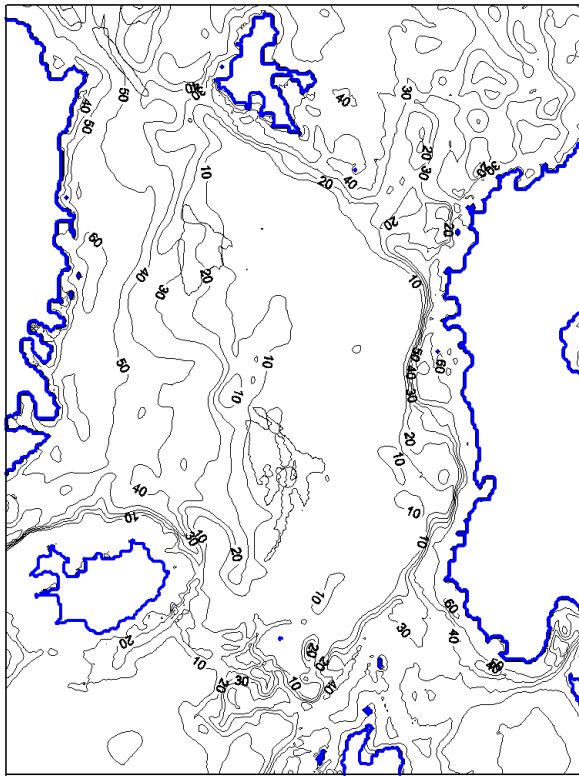
- składowej rocznej - amplitudy  $S_a$
- składowej rocznej - fazy  $P_{sa}$
- wkładu wariancji składowej rocznej  $S_a$



Rys. 7a Składowa roczna  $S_a$ : rysunek lewy - rozkład przestrzenny amplitudy składowej rocznej  $S_a$  [mm] z modelu NPS, rysunek prawy - rozkład przestrzenny amplitudy składowej rocznej  $S_a$  [cm] z pracy Mork & Skagseth (2005) - altymetria.



Rys. 7b Składowa roczna Sa: rysunek lewy - rozkład przestrzenny fazy składowej rocznej Psa [mies] z modelu NPS, rysunek prawy - rozkład przestrzenny fazy składowej rocznej Psa [days] z pracy Mork & Skagseth (2005) - altymetria.



Rys. 7c Składowa roczna Sa: rysunek lewy - rozkład przestrzenny wkładu variancji składowej rocznej w variancję całkowitą [%] z modelu NPS, rysunek prawy - rozkład przestrzenny fazy składowej rocznej wkładu variancji składowej rocznej w variancję całkowitą [%] z pracy Mork & Skagseth (2005) - altymetria.

## **Wyniki obliczeń dla danych z modelu NPS - walidacja - stacje mareograficzne**

Analizę zmienności składowych cyklu rocznego poziomu wyznaczonych na bazie danych wyjściowych z modelu NPS realizowano rozważając serie czasowe poziomu morza (średnie miesięczne wartości) w węzłach siatki numerycznej modelu.

W celach porównawczych z danymi pomiarów *in situ* wybrano serie z węzłów siatki, zlokalizowanych najbliżej stacji mareograficznych, z których dane pomiarów były dostępne w bazie PSMSL dla okresu 1979-2004.

W konsekwencji wybrano 23 stacje mareograficzne, informację o lokalizacji których przedstawiono w **tab. 9**, wraz informacją o położeniu najbliższego węzła siatki numerycznej modelu oraz okresie dostępności danych pomiarów.

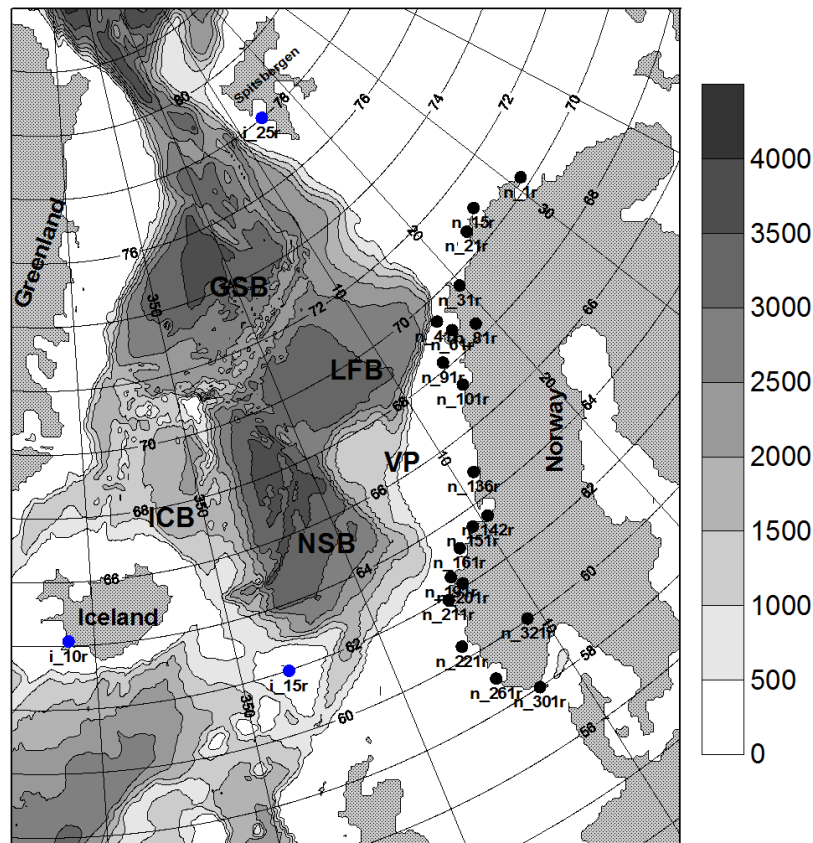
W szeregu stacjach serie czasowe z modelu modyfikowano, dopasowując ich długość do długości serii czasowych z pomiarów (**tab. 9**).

Lokalizację stacji na tle batymetrii Mórz Nordyckich pokazano **rys. 1c**.

Tabela 9 Stacje mareograficzne, z których dane pomiarów poziomu morza wykorzystano do porównania wyników obliczeń z wykorzystaniem algorytmu analizy harmonicznej (ana\_h) oraz metodą regresji wielorakiej (MNK) z wykorzystaniem algorytmów Svd (SVD15) i MRQ (MRQ15) z danymi uzyskanymi z modelu NPS.

No.	Symbol	PSMSL		Model		Nazwa stacji	Okres
		dlug. geogr.	szer. geogr.	dlug. geogr.	szer. geogr.		
1	n_1r	31.1000	70.3333	31.1700	70.3000	Vardo	1984-2004
2	n_15r	25.9833	70.9833	25.9700	70.9500	Honningsvag	1986-2004
3	n_21r	23.6667	70.6667	23.6300	70.7100	Hammerfest	1983-2004
4	n_31r	18.9667	69.6500	18.8200	69.8999	Tromso	1979-2004
5	n_41r	16.1500	69.3167	16.1000	69.3000	Andenes	1992-2004
6	n_61r	16.5500	68.8000	16.5300	68.8400	Harstad	1979-2004
7	n_81r	17.4167	68.4333	17.3300	68.8000	Narvik	1979-2004
8	n_91r	14.4833	68.2167	14.4900	68.1700	Kabelvag	1979-2004
9	n_101r	14.3833	67.2833	14.4300	67.3400	Bodo	1989-2004
10	n_136r	11.2500	64.8667	11.2700	64.8900	Rorvik	1979-2003
11	n_142r	10.4333	63.4333	10.3900	63.4400	Trondheim	1990-2004
12	n_151r	9.1167	63.4333	9.0900	63.4400	Heimsjo	1979-2004
13	n_161r	7.7333	63.1167	7.7200	63.0600	Kristiansund N.	1979-2004
14	n_191r	6.1500	62.4667	6.1300	62.4400	Alesund	1979-2004
15	n_201r	5.6333	61.9167	5.6800	61.9000	Kjolsdal	1979-1985
16	n_211r	5.1167	61.9333	5.1500	61.9500	Maloy	1979-2004
17	n_221r	5.3000	60.4000	5.3100	60.3800	Bergen	1979-2004
18	n_261r	5.7333	58.9700	5.7300	58.9100	Stavanger	1979-2004
19	n_301r	7.5667	58.0000	7.5800	58.0100	Tregde	1979-2004
20	n_321	10.7500	59.9000	10.5100	59.2600	Oslo	1979-2004
21	i_10r	-21.9333	64.1500	-21.9770	64.1500	Reykjavik	1979-2004
22	i_15r	-06.7667	62.0167	-06.7700	61.9800	Torshavn	1979-2002
23	i_25r	14.2500	78.0667	14.2200	78.0100	Barentsburg	1979-2003





Rys. 1c Batymetria modelu NPS 9km w rejonie Mórz Nordyckich (izobaty co 500m z lokalizacją stacji mareograficznych wykorzystanych do wizualizacji rezultatów obliczeń - walidacji (więcej informacji w tab. 9). Dodatkowo wyróżniono rejonów charakterystyczne: Lofoten Basin (LFB), Vøring Plateau (VP), akwen Morza Norweskiego (Norwegian Sea Basin -NSB), akwen Morza Grenlandzkiego (Greenland Sea Basin -GSB), oraz akwen Morza Islandzkiego (Iceland Sea Basin - ICB).

Tabela 10 Cykl roczny poziomu morza - amplitudy i fazy pierwszej (12 mies. - Sa, Psa) i drugiej (6 mies. - Ssa, Pssa) harmonik cyklu rocznego poziomu morza na 23 wybranych stacji mareograficznych, z których dane pomiarów wykorzystano do porównania wyników obliczeń z zastosowaniem wybranych algorytmów z wynikami obliczeń uzyskanymi z danych z modelu NPS. Wyniki obliczeń z zastosowaniem algorytmu analizy harmonicznej. Rezultaty obliczeń uzyskane z wykorzystaniem danych z modelu NPS oznaczono symblem "m".

No.	Symbol	Sa	Psa	Ssa	Pssa	std	No.	Symbol	Sa	Psa	Ssa	Pssa	std
		[mm]	[miesiąc]	[mm]	[miesiąc]	[mm]			[mm]	[miesiąc]	[mm]	[miesiąc]	[mm]
1	n_1r	115.8	11.14	34.7	0.41	8.1	12	n_151r	141.7	10.93	7.7	5.53	5.9
1m	n_1r	35.9	0.42	5.5	1.14	2.2	12m	n_151r	66.5	0.45	10.2	1.46	3.2
2	n_15r	123.4	11.14	30.0	0.50	6.5	13	n_161r	134.6	11.00	9.7	0.71	5.1
2m	n_15r	40.7	0.63	15.3	1.15	2.7	13m	n_161r	67.7	0.51	14.1	1.50	3.0
3	n_21r	129.9	11.09	26.7	0.45	6.5	14	n_191r	135.6	11.06	14.2	1.13	5.6
3m	n_21r	44.1	0.81	14.6	1.18	2.5	14m	n_191r	83.5	0.53	17.6	1.46	2.8
4	n_31r	128.3	11.25	27.8	0.46	5.1	15	n_201r	140.8	10.29	36.5	4.47	13.5
4m	n_31r	60.2	0.94	20.3	1.38	2.8	15m	n_201r	73.9	0.08	6.9	3.79	5.6
5	n_41r	134.3	11.35	33.1	0.55	6.1	16	n_211r	131.1	10.89	6.7	1.19	6.0
5m	n_41r	60.0	1.02	15.4	1.10	3.1	16m	n_211r	71.6	0.43	12.3	1.46	2.6
6	n_61r	125.8	11.03	14.9	0.25	5.6	17	n_221r	107.7	10.62	14.0	5.37	6.0
6m	n_61r	53.6	1.00	14.5	1.11	2.8	17m	n_221r	76.0	0.40	10.1	1.54	3.2
7	n_81r	138.5	11.12	21.0	0.35	7.5	18	n_261r	99.6	10.59	7.5	5.76	3.6
7m	n_81r	58.0	0.97	15.6	1.11	2.9	18m	n_261r	59.0	0.45	8.8	1.26	2.3
8	n_91r	146.3	11.30	17.2	0.29	6.4	19	n_301r	83.0	10.18	10.1	5.92	2.3
8m	n_91r	71.1	1.02	13.1	1.28	3.4	19m	n_301r	52.5	0.35	7.7	1.29	2.7
9	n_101r	145.1	11.15	28.1	0.19	5.2	20	n_321r	83.4	9.49	36.3	0.52	6.9
9m	n_101r	68.9	0.76	12.2	1.24	2.8	20m	n_321r	51.5	11.95	17.6	1.13	4.5
10	n_136r	132.5	11.04	11.5	0.19	6.8	21	i_10r	83.3	10.36	13.0	0.37	6.9
10m	n_136r	68.2	0.59	13.7	1.45	3.9	21m	i_10r	6.4	5.27	8.5	0.40	1.7
11	n_141r	141.9	10.57	29.3	4.56	10.2	22	i_15r	76.1	9.99	9.3	1.03	8.8
11m	n_141r	81.9	0.67	20.7	1.28	3.8	22m	i_15r	2.9	6.70	6.5	0.52	1.8
							23	i_25r	85.8	10.52	29.8	0.70	5.3
							23m	i_25r	22.7	0.30	9.8	0.91	2.8

Tabela 11 Cykl roczny poziomu morza - amplitudy i fazy pierwszej (12 mies. - Sa, Psa) i drugiej (6 mies. - Ssa, Pssa) harmonik cyklu rocznego poziomu morza na 23 wybranych stacji mareograficznych, z których dane pomiarów wykorzystano do porównania wyników obliczeń z zastosowaniem wybranych algorytmów z wynikami obliczeń uzyskanymi z danych z modelu NPS. Rezultaty obliczeń z zastosowaniem metody regresji wielorakiej (MNK) z algorytmem SVD. Rezultaty obliczeń uzyskane z wykorzystaniem danych z modelu NPS oznaczono symblem "m".

No.	Symbol	Sa		Psa		Ssa		Pssa		std	dif
		[mm]	[miesiąc]	[mm]	[miesiąc]	[mm]	[miesiąc]	[mm]	[mm]		
1	n_1r	115.3	11.16	35.0	0.43	8.2	78.1				
1m	n_1r	36.8	0.42	14.9	1.14	3.5	33.4				
2	n_15r	123.1	11.15	28.3	0.51	7.3	81.5				
2m	n_15r	40.8	0.64	15.4	1.15	3.0	33.9				
3	n_21r	129.4	11.11	28.2	0.46	7.6	83.7				
3m	n_21r	44.3	0.81	14.8	1.18	3.1	34.2				
4	n_31r	128.3	11.25	27.3	0.46	7.7	88.5				
4m	n_31r	60.3	0.95	20.4	1.39	3.8	45.0				
5	n_41r	134.6	11.33	29.3	0.54	9.2	84.7				
5m	n_41r	59.7	1.01	15.3	1.09	3.5	32.4				
6	n_61r	125.7	11.03	25.2	0.25	7.6	85.7				
6m	n_61r	53.6	1.01	14.6	1.11	3.2	35.8				
7	n_81r	138.6	11.11	25.4	0.35	8.2	98.3				
7m	n_81r	58.1	0.98	15.8	1.11	3.3	39.7				
8	n_91r	146.0	11.29	19.3	0.27	7.6	88.9				
8m	n_91r	71.3	1.02	13.3	1.29	3.4	40.1				
9	n_101r	145.1	11.15	28.1	0.20	8.3	92.9				
9m	n_101r	69.0	0.77	12.4	1.24	3.6	40.2				
10	n_136r	132.7	11.04	11.1	0.17	7.7	92.5				
10m	n_136r	68.3	0.60	13.9	1.45	3.7	44.1				
11	n_141r	144.2	10.54	31.0	4.55	17.4	128.1				
11m	n_141r	81.6	0.63	20.4	1.27	4.6	43.9				
12	n_151r	141.8	10.92	7.7	5.52	6.9	83.2				
12m	n_151r	66.6	0.46	10.4	1.46	3.4	40.3				
13	n_161r	134.7	10.99	9.7	0.70	7.5	86.4				
13m	n_161r	67.8	0.52	14.3	1.50	3.6	41.8				
14	n_191r	135.4	11.07	14.4	1.14	8.1	88.5				
14m	n_191r	83.6	0.54	17.8	1.46	4.7	51.4				
15	n_201r	139.5	10.30	35.6	4.47	13.6	88.4				
15m	n_201r	73.9	0.09	6.6	3.76	7.3	47.2				
16	n_211r	131.0	10.89	6.9	1.20	7.5	80.2				
16m	n_211r	71.6	0.44	12.3	1.46	4.0	42.7				
17	n_221r	107.6	10.62	13.9	5.38	6.2	74.7				
17m	n_221r	76.0	0.40	10.3	1.54	4.1	49.2				
18	n_261r	99.2	10.60	7.4	5.79	5.7	69.2				
18m	n_261r	59.0	0.45	8.9	1.26	3.1	37.8				
19	n_301r	82.8	10.19	10.1	5.94	5.2	62.7				
19m	n_301r	52.5	0.36	7.8	1.29	2.8	34.1				
20	n_321r	84.6	9.48	36.0	0.51	10.5	120.7				
20m	n_321r	51.5	11.96	17.7	1.13	5.5	62.7				
21	i_10r	83.0	10.36	13.1	0.38	6.5	73.3				
21m	i_10r	6.4	5.26	8.5	0.40	2.1	23.2				
22	i_15r	75.0	10.01	9.9	1.06	6.9	53.4				
22m	i_15r	2.8	6.60	6.5	0.53	2.8	21.3				
23	i_25r	87.4	10.49	29.0	0.67	8.1	76.9				
23m	i_25r	22.8	0.31	9.8	0.91	2.7	25.3				

Tabela 12 Cykl roczny poziomu morza - amplitudy i fazy pierwszej (12 mies. - Sa, Psa) i drugiej (6 mies. - Ssa, Pssa) harmonik cyklu rocznego poziomu morza na 23 wybranych stacji mareograficznych, z których dane pomiarów wykorzystano do porównania wyników obliczeń z zastosowaniem wybranych algorytmów z wynikami obliczeń uzyskanymi z danych z modelu NPS. Rezultaty obliczeń z zastosowaniem metody regresji wielorakiej (MNK) z algorytmem SVD15. Rezultaty obliczeń uzyskane z wykorzystaniem danych z modelu NPS oznaczono symblem "m".

No.	Symbol	Sa	Psa	Ssa	Pssa	std	dif	No.	Symbol	Sa	Psa	Ssa	Pssa	std	dif
		[mm]	[miesiąc]	[mm]	[miesiąc]	[mm]	[mm]			[mm]	[miesiąc]	[mm]	[mm]		
1	n_1r	115.9	11.14	34.7	0.41	8.4	80.1	12	n_151r	141.7	10.93	7.6	5.52	6.9	83.3
1m	n_1r	36.8	0.43	15.0	1.14	3.5	33.5	12m	n_151r	66.5	0.45	10.3	1.46	3.4	41.1
2	n_15r	123.4	11.14	28.8	0.50	7.4	81.7	13	n_161r	134.6	11.00	9.7	0.71	7.5	88.4
2m	n_15r	40.7	0.63	15.3	1.15	3.0	34.1	13m	n_161r	67.7	0.51	14.1	1.50	3.7	42.5
3	n_21r	129.9	11.09	28.0	0.44	7.8	85.4	14	n_191r	135.6	11.06	14.2	1.13	8.1	88.9
3m	n_21r	44.1	0.80	14.6	1.18	3.2	34.9	14m	n_191r	83.5	0.53	17.6	1.46	4.7	51.9
4	n_31r	128.4	11.25	27.4	0.46	7.7	88.5	15	n_201r	141.0	10.29	36.5	4.47	13.7	90.2
4m	n_31r	60.2	0.94	20.3	1.38	3.9	42.1	15m	n_201r	74.0	0.08	6.8	3.80	7.3	47.3
5	n_41r	134.3	11.35	29.5	0.55	9.3	85.3	16	n_211r	131.1	10.89	6.7	1.20	7.5	80.4
5m	n_41r	59.9	1.02	15.4	1.02	3.6	32.7	16m	n_211r	71.6	0.43	12.3	1.46	4.0	42.7
6	n_61r	125.7	11.02	25.2	0.25	7.6	85.7	17	n_221r	107.7	10.62	14.0	5.37	6.3	75.0
6m	n_61r	53.6	1.04	14.5	1.11	3.2	35.9	17m	n_221r	76.0	0.40	10.1	1.54	4.1	49.5
7	n_81r	138.5	11.12	25.4	0.35	8.2	98.3	18	n_261r	99.5	10.59	7.5	5.76	5.7	70.2
7m	n_81r	58.0	0.97	15.6	1.10	3.4	40.3	18m	n_261r	59.0	0.45	8.8	1.26	3.1	37.9
8	n_91r	146.3	11.30	19.4	0.29	7.7	90.5	19	n_301r	83.0	10.18	10.1	5.92	5.3	63.0
8m	n_91r	71.1	1.02	13.1	1.28	3.5	40.6	19m	n_301r	52.5	0.35	7.7	1.29	2.9	34.3
9	n_101r	145.2	11.15	28.1	0.19	8.3	92.9	20	n_321r	83.3	9.49	36.3	0.52	10.7	123.1
9m	n_101r	68.9	0.76	12.2	1.24	3.6	40.8	20m	n_321r	51.5	11.95	17.6	1.13	5.5	62.8
10	n_136r	132.4	11.04	11.1	0.19	7.8	93.0	21	i_10r	83.3	10.36	13.1	0.37	6.6	73.7
10m	n_136r	68.2	0.59	13.7	1.45	3.7	44.8	21m	i_10r	6.4	5.27	8.5	0.39	2.1	23.2
11	n_141r	141.7	10.57	29.3	4.55	17.8	130.7	22	i_15r	76.1	9.99	9.3	1.04	7.1	54.6
11m	n_141r	81.8	0.67	20.7	1.28	4.7	44.8	22m	i_15r	2.8	6.71	6.5	0.52	2.8	21.4
								23	i_25r	85.8	10.52	29.8	0.70	8.7	82.4
								23m	i_25r	22.7	0.30	9.8	0.91	2.7	25.4

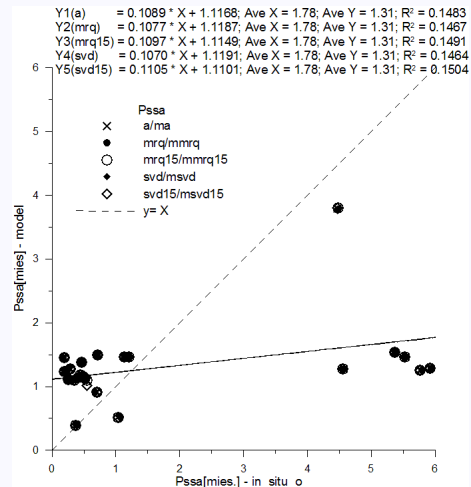
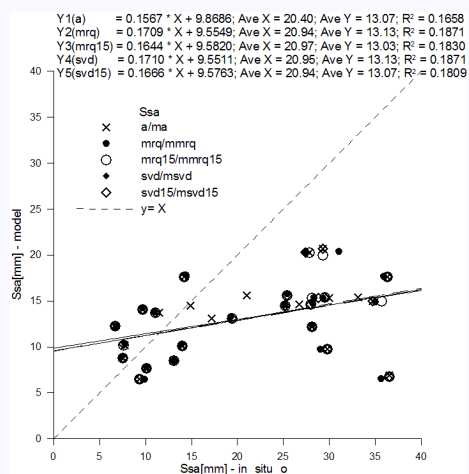
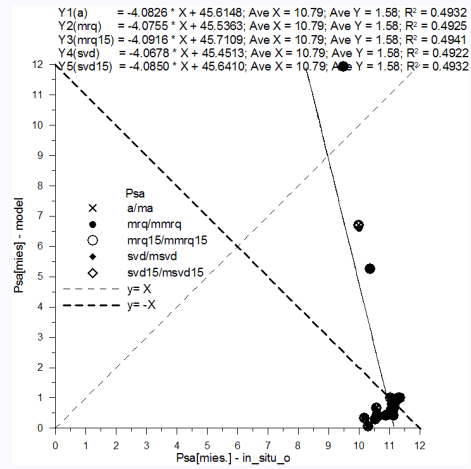
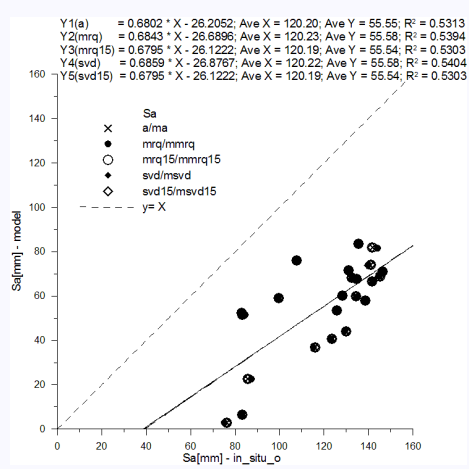
Tabela 13 Cykl roczny poziomu morza - amplitudy i fazy pierwszej (12 mies. - Sa, Psa) i drugiej (6 mies. - Ssa, Pssa) harmonik cyklu rocznego poziomu morza na 23 wybranych stacji mareograficznych, z których dane pomiarów wykorzystano do porównania wyników obliczeń z zastosowaniem wybranych algorytmów z wynikami obliczeń uzyskanymi z danych z modelu NPS. Rezultaty obliczeń z zastosowaniem metody regresji wielorakiej (MNK) z algorytmem MRQ.

Rezultaty obliczeń uzyskane z wykorzystaniem danych z modelu NPS oznaczono symblem "m".

No.	Symbol	Sa	Psa	Ssa	Pssa	std	dif	No.	Symbol	Sa	Psa	Ssa	Pssa	std	dif
		[mm]	[miesiąc]	[mm]	[miesiąc]	[mm]	[mm]			[mm]	[mm]	[miesiąc]	[mm]	[mm]	
1	n_1r	115.3	11.16	35.0	0.43	8.2	78.1	12	n_151r	141.8	10.92	7.7	5.51	6.9	83.2
1m	n_1r	36.8	0.42	14.9	1.14	3.5	33.4	12m	n_151r	66.6	0.46	10.4	1.46	3.4	40.3
2	n_15r	123.1	11.15	28.3	0.51	7.3	81.5	13	n_161r	134.7	10.99	9.7	0.70	7.5	86.4
2m	n_15r	40.8	0.64	15.4	1.15	3.0	33.9	13m	n_161r	67.8	0.52	14.3	1.50	3.6	41.8
3	n_21r	129.4	11.11	28.2	0.46	7.6	83.7	14	n_191r	135.4	11.07	14.4	1.14	8.1	88.5
3m	n_21r	44.3	0.81	14.8	1.18	3.1	34.2	14m	n_191r	83.6	0.54	17.8	1.46	4.7	51.4
4	n_31r	128.4	11.25	27.4	0.46	7.7	88.5	15	n_201r	139.8	10.31	35.6	4.48	13.6	88.4
4m	n_31r	60.3	0.95	20.4	1.38	3.9	45.0	15m	n_201r	74.0	0.09	6.6	3.78	7.3	47.2
5	n_41r	134.6	11.33	29.3	0.54	9.2	84.7	16	n_211r	130.9	10.89	6.8	1.20	7.5	80.2
5m	n_41r	59.7	1.01	15.3	1.10	3.5	32.4	16m	n_211r	71.6	0.44	12.3	1.46	4.0	42.7
6	n_61r	125.7	11.03	25.2	0.25	7.6	85.7	17	n_221r	107.5	10.62	13.9	5.38	6.2	74.7
6m	n_61r	53.6	1.01	14.6	1.11	3.2	35.8	17m	n_221r	76.0	0.40	10.3	1.54	4.1	49.2
7	n_81r	138.5	11.11	25.4	0.35	8.2	98.3	18	n_261r	99.2	10.60	7.4	5.79	5.7	69.2
7m	n_81r	58.1	0.97	15.8	1.11	3.3	39.7	18m	n_261r	59.0	0.45	8.9	1.26	3.1	37.8
8	n_91r	146.6	11.29	19.3	0.27	7.6	88.9	19	n_301r	82.7	10.19	10.1	5.94	5.2	62.5
8m	n_91r	71.3	1.02	13.3	1.29	3.4	40.1	19m	n_301r	52.5	0.36	7.8	1.29	2.8	34.1
9	n_101r	145.1	11.15	28.1	0.20	8.3	92.9	20	n_321r	84.5	9.48	35.9	0.51	10.5	120.7
9m	n_101r	69.0	0.77	12.4	1.24	3.6	40.2	20m	n_321r	51.5	11.96	17.7	1.13	5.5	62.7
10	n_136r	132.7	11.04	11.0	0.17	7.7	92.5	21	i_10r	83.0	10.37	13.1	0.38	6.5	73.3
10m	n_136r	68.3	0.60	13.9	1.45	3.7	44.1	21m	i_10r	6.4	5.26	8.5	0.40	2.1	23.2
11	n_141r	144.0	10.53	31.0	4.55	17.4	128.1	22	i_15r	75.0	10.01	9.9	1.07	6.9	53.4
11m	n_141r	81.6	0.65	20.4	1.27	4.6	43.9	22m	i_15r	2.8	6.61	6.5	0.53	2.8	21.3
								23	i_25r	87.4	10.49	29.0	0.67	8.1	76.9
								23m	i_25r	22.7	0.31	9.8	0.91	2.7	25.3

Tabela 14 Cykl roczny poziomu morza - amplitudy i fazy pierwszej (12 mies. - Sa, Psa) i drugiej (6 mies. - Ssa, Pssa) harmonik cyklu rocznego poziomu morza na 23 wybranych stacji mareograficznych, z których dane pomiarów wykorzystano do porównania wyników obliczeń z zastosowaniem wybranych algorytmów z wynikami obliczeń uzyskanymi z danych z modelu NPS. Rezultaty obliczeń z zastosowaniem metody regresji wielorakiej (MNK) z algorytmem MRQ15. Rezultaty obliczeń uzyskane z wykorzystaniem danych z modelu NPS oznaczono symblem "m".

No.	Symbol	Sa		Psa		Ssa		Pssa		std	dif
		[mm]	[miesiąc]	[mm]	[miesiąc]	[mm]	[miesiąc]	[mm]	[mm]		
1	n_1r	115.9	11.14	35.7	0.41	8.9	80.1				
1m	n_1r	36.8	0.42	15.0	1.14	3.5	33.4				
2	n_15r	123.4	11.14	28.1	0.50	7.4	82.7				
2m	n_15r	40.7	0.64	15.3	1.15	3.0	34.1				
3	n_21r	129.9	11.09	28.0	0.44	7.8	85.4				
3m	n_21r	44.1	0.81	14.6	1.18	3.2	34.9				
4	n_31r	128.4	11.25	27.8	0.46	7.7	88.5				
4m	n_31r	60.2	0.94	20.3	1.38	3.9	45.1				
5	n_41r	134.3	11.34	29.5	0.55	9.3	85.3				
5m	n_41r	59.9	1.02	15.4	1.10	3.6	32.6				
6	n_61r	125.7	11.03	25.2	0.25	7.6	85.7				
6m	n_61r	53.6	1.00	14.5	1.11	3.2	35.9				
7	n_81r	138.5	11.12	25.4	0.35	8.1	98.3				
7m	n_81r	58.0	0.97	15.6	1.10	3.4	40.3				
8	n_91r	146.3	11.30	19.4	0.29	7.7	90.5				
8m	n_91r	71.1	1.02	13.1	1.28	3.5	40.6				
9	n_101r	145.2	11.15	28.1	0.19	8.3	92.9				
9m	n_101r	68.9	0.76	12.2	1.24	3.6	40.8				
10	n_136r	132.4	11.04	11.1	0.19	7.8	93.0				
10m	n_136r	68.2	0.59	13.7	1.45	3.7	44.8				
11	n_141r	141.7	10.57	29.3	4.55	17.8	130.7				
11m	n_141r	81.8	0.67	20.0	1.28	4.7	44.8				
12	n_151r	141.7	10.93	7.6	5.52	6.9	83.3				
12m	n_151r	66.5	0.45	10.2	1.46	3.4	41.1				
13	n_161r	134.6	11.00	9.7	0.71	7.5	86.5				
13m	n_161r	67.7	0.51	14.1	1.50	3.7	42.5				
14	n_191r	135.6	11.06	14.2	1.13	8.1	88.9				
14m	n_191r	83.5	0.53	17.6	1.46	4.7	51.9				
15	n_201r	141.0	10.29	36.5	4.48	13.7	89.0				
15m	n_201r	74.0	0.08	6.8	3.80	7.3	47.3				
16	n_211r	131.1	10.89	6.7	1.20	7.5	80.4				
16m	n_211r	71.6	0.43	12.3	1.46	4.0	42.7				
17	n_221r	107.7	10.62	14.0	5.37	6.2	75.0				
17m	n_221r	76.0	0.40	10.1	1.54	4.1	49.5				
18	n_261r	99.5	10.59	7.5	5.76	5.7	70.2				
18m	n_261r	59.0	0.45	8.8	1.26	3.1	37.9				
19	n_301r	83.0	10.18	10.1	5.92	5.3	63.0				
19m	n_301r	52.5	0.35	7.7	1.29	2.9	34.3				
20	n_321r	83.3	9.49	36.3	0.52	10.7	123.1				
20m	n_321r	51.5	11.95	17.6	1.13	5.5	62.8				
21	i_10r	83.3	10.36	13.1	0.37	6.6	73.7				
21m	i_10r	6.4	5.27	8.5	0.39	2.1	23.2				
22	i_15r	76.1	9.99	9.3	1.04	7.1	54.6				
22m	i_15r	2.8	6.71	6.5	0.52	2.8	21.4				
23	i_25r	85.8	10.52	29.8	0.70	8.7	82.4				
23m	i_25r	22.7	0.30	9.8	0.91	2.7	25.4				



Rys. 8 Amplitudy [mm] i fazy [miesiąc] pierwszej (12 mies.- Sa, psa) i drugiej (6 mies.- Ssa, Pssa) harmonik cyklu rocznego wyznaczonych na wybranych 23 stacjach mareograficznych dla serii czasowych miesięcznych wartości poziomu morza z danych pomiarów (in situ) oraz z modelu NPS (model) wyznaczonych wszystkimi wariantami metody. Sa, Psa, Ssa, Pssa - oznaczają odpowiednio amplitudę i fazę pierwszej i drugiej harmoniki.

## **Wyniki obliczeń dla danych z modelu NPS - walidacja - stacje mareograficzne - kontynuacja**

Wyniki obliczeń parametrów charakteryzujących pierwsze dwie harmoniki (12 mies. i 6 mies.) z zastosowaniem wszystkich algorytmów przedstawiono w tabelach 10-14, a wyniki zwizualizowano na rys. 8

Analiza tabel 10-14 i rys. 8 wskazuje, że wartości podstawowych składowych cyklu rocznego poziomu morza wyznaczone z serii czasowych z modelu NPS różnią się, niekiedy, znacznie od wyznaczonych z danych pomiarów.

Amplitudy  $S_a$  i  $S_{sa}$  są prawie dwukrotnie niższe, a różnice w fazach sięgają 2-3 miesięcy dla  $P_{sa}$  a niekiedy nawet 4 miesięcy w przypadku  $P_{ssa}$  dla niektórych stacji ( $n_{151r}$ ,  $n_{261r}$ ).

W przypadku stacji  $i_{10r}$  oraz  $i_{15r}$  obserwuje się wyraźne różnice w relacjach pomiędzy amplitudami  $S_a$  i  $S_{sa}$  wyznaczonymi z danych modelowych.



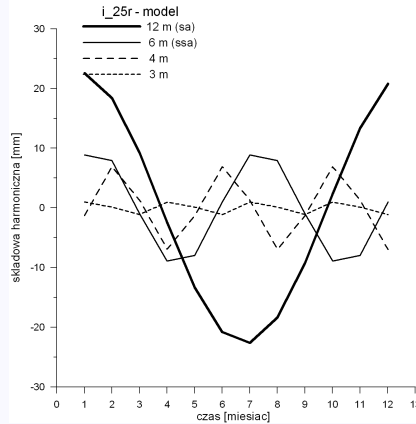
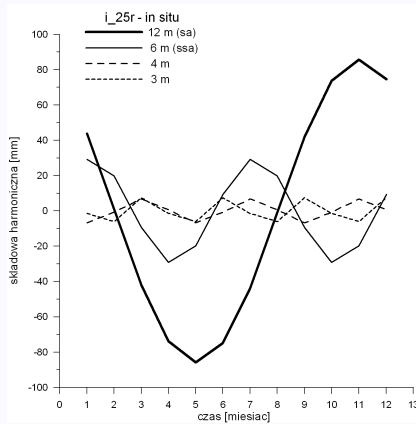
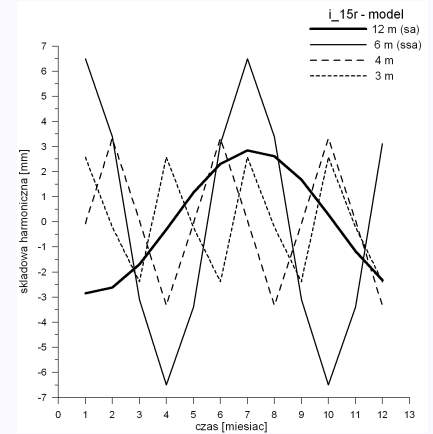
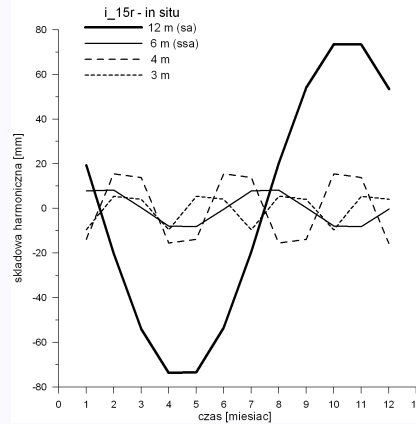
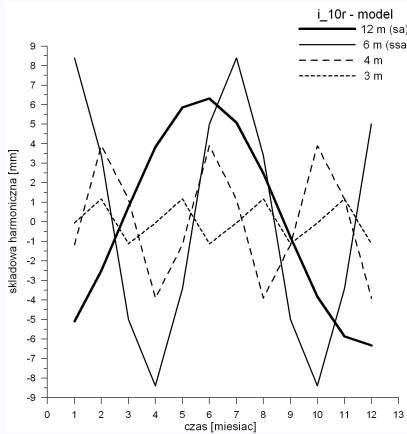
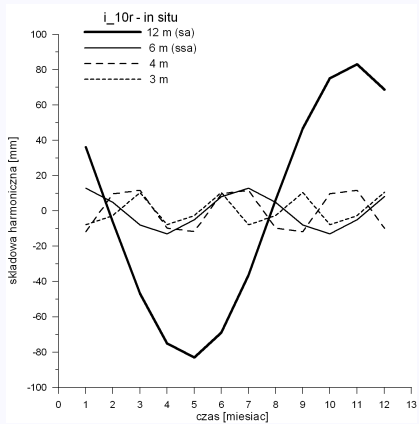
## **Wyniki obliczeń dla danych z modelu NPS - walidacja - stacje mareograficzne - kontynuacja**

W celu bliższego poznania zmienności składowych cyklu rocznego obliczenia powtórzono wyznaczając dodatkowo składowe o okresach 4 mies., 3 mies. oraz 2.4 mies.

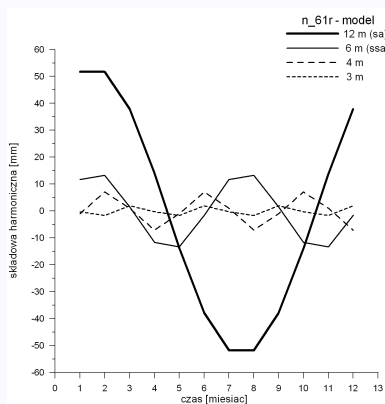
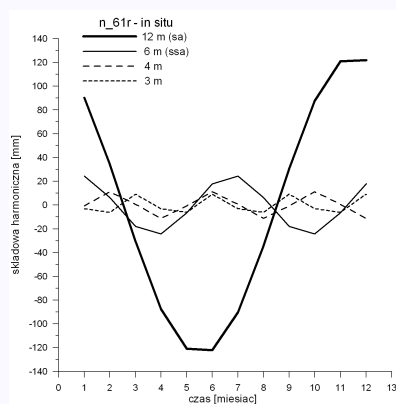
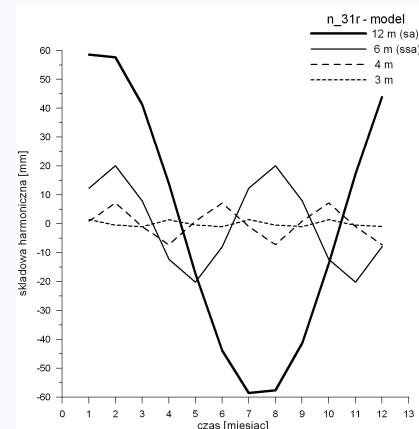
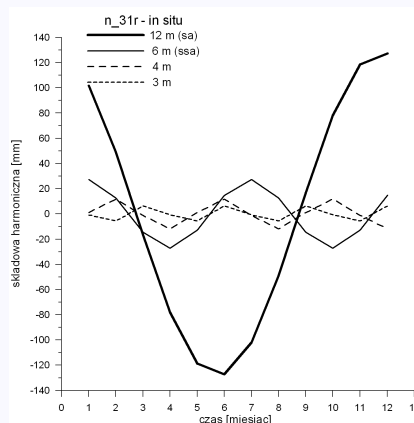
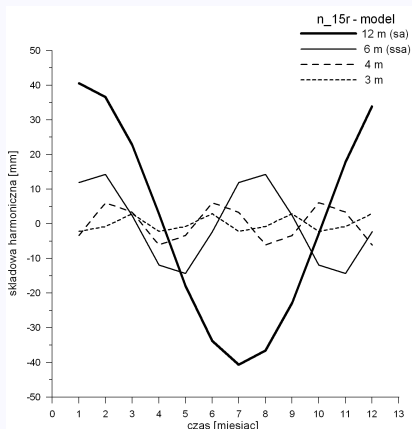
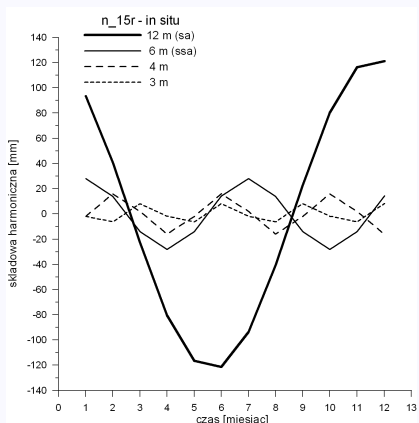
Na rys. 9a,b przedstawiono przebiegi pierwszych czterech harmonik (okresy: 12 mies., 6 mies., 4 mies. i 3 mies.) na kilku wybranych stacjach, w tym, na stacjach i\_10r oraz i\_15r.

Można zaobserwować, że na tych stacjach modelowy cykl roczny składowych zdecydowanie różni się od cyklu na pozostałych. Spostrzeżenia te dopełniają przebiegi pełnego cyklu rocznego (total) - sumy 6 harmonik (okresy: 12 mies., 6 mies., 4 mies., 3 mies., 2.4 mies. i 2 mies.) oraz sumy dwóch pierwszych (12 mies. + 6 mies.) przedstawione na rys. 10a,b.

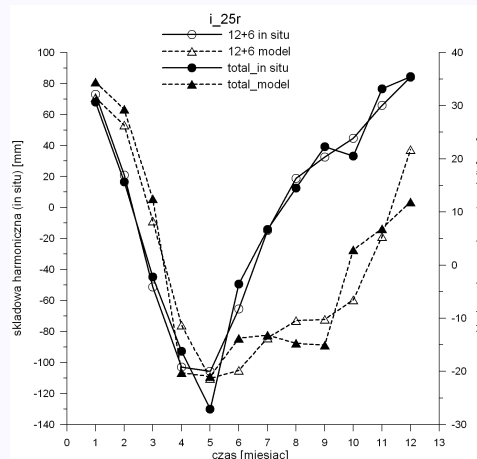
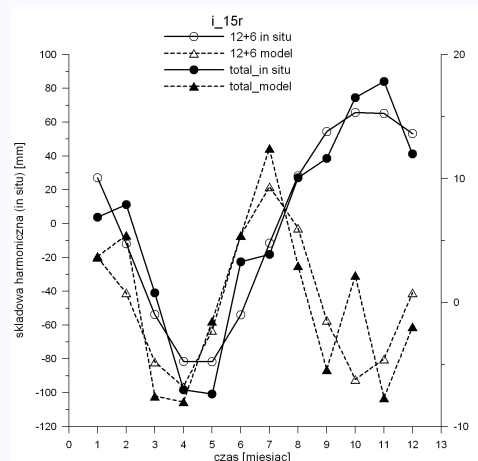
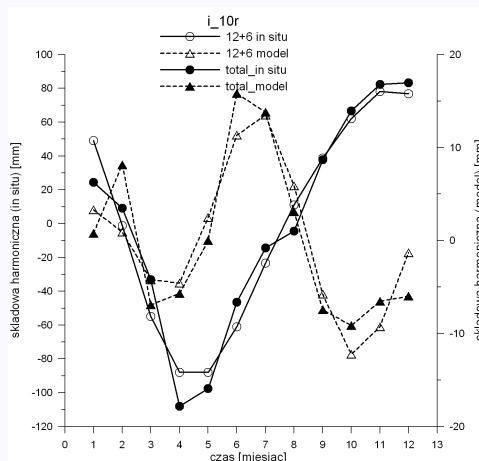
Dopełnieniem rozpoznania zmienności składowych cyklu rocznego poziomu morza na wybranych stacjach mareograficznych (węzłach siatki numerycznej modelu) oceny wkładu wariancji kolejnych harmonik cyklu w wariancję serii wyjściowych poziomu morza przedstawione w tab. 15-17.



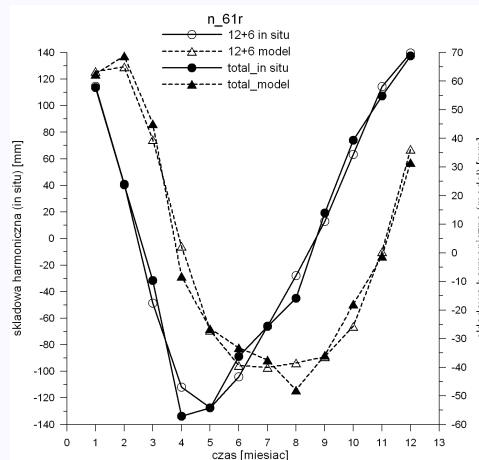
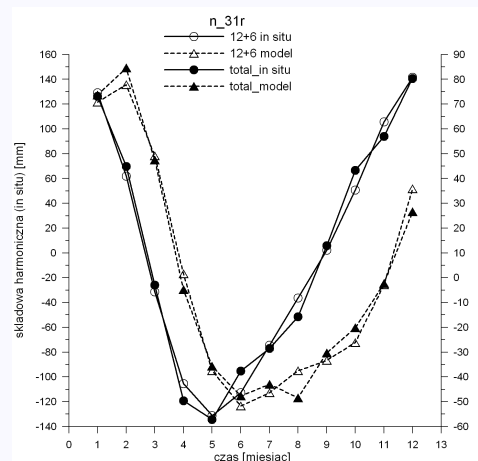
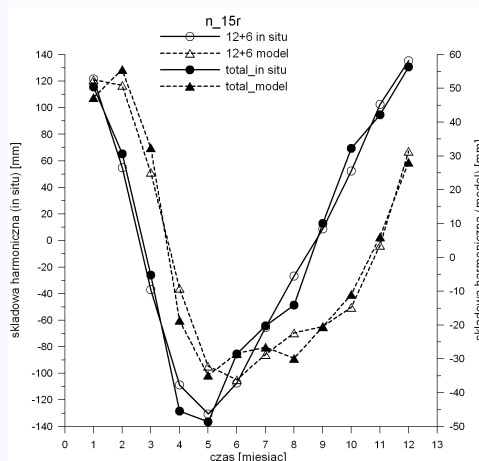
Rys. 9a Przebiegi czasowe pierwszych czterech harmonik cyklu rocznego poziomu morza na wybranych stacjach mareograficznych w Morzu Norweskim wyznaczonych z danych pomiarów (lewy panel-in situ) oraz z modelu NPS (prawy panel- model).



Rys. 9b Przebiegi czasowe pierwszych czterech harmonik cyklu rocznego poziomu morza na wybranych stacjach mareograficznych w Morzu Norweskim wyznaczonych z danych pomiarów (lewy panel-in situ) oraz z modelu NPS (prawy panel-model).



Rys. 10a Cykl roczny poziomu morza na wybranych stacjach mareograficznych w Morzu Norweskim wyznaczony z danych pomiarów (total\_in situ) oraz z modelu NPS (total\_model). Dla konfrontacji pokazano również przebieg czasowy sumy dwóch pierwszych harmonik (12 mies -Sa, 6 mies - Ssa), odpowiednio dla danych pomiarów (12+6 in situ) oraz danych z modelu (12+6 model).



Rys. 10b Cykl roczny poziomu morza na wybranych stacjach mareograficznych w Morzu Norweskim wyznaczony z danych pomiarów (total\_in situ) oraz z modelu NPS (total\_model). Dla konfrontacji pokazano również przebieg czasowy sumy dwóch pierwszych harmonik (12 mies -Sa, 6 mies - Ssa), odpowiednio dla danych pomiarów (12+6 in situ) oraz danych z modelu (12+6 model).

Tabela 15 Wkład w [%] 5 harmonik (12 mies., 6 mies., 4 mies., 3 mies. i 2.4 mies.) cyklu rocznego poziomu morza w wariancję serii wyjściowej na 23 wybranych stacji mareograficznych, z których dane pomiarów wykorzystano do porównania wyników obliczeń z zastosowaniem wybranych algorytmów z wynikami obliczeń uzyskanymi z danych z modelu NPS. Rezultaty obliczeń z zastosowaniem metody regresji wielorakiej (MNK) z algorytmem SVD. Rezultaty obliczeń uzyskane z wykorzystaniem danych z modelu NPS oznaczono symblem "m".

No.	Symbol	12	6	4	3	2.4
		[%]	[%]	[%]	[%]	[%]
1	n_1r	48.40	4.46	0.94	0.55	0.37
1m	n_1r	35.48	5.84	0.40	0.47	0.13
2	n_15r	50.99	2.70	0.89	0.23	0.03
2m	n_15r	39.40	5.62	1.15	0.21	0.01
3	n_21r	51.94	2.46	0.75	0.23	0.08
3m	n_21r	42.71	4.77	0.93	0.12	0.07
4	n_31r	50.08	2.27	0.43	0.14	0.03
4m	n_31r	44.82	5.14	0.66	0.03	0.03
5	n_41r	54.11	2.56	0.77	0.06	0.03
5m	n_41r	59.86	3.92	1.06	0.08	0.07
6	n_61r	50.75	2.04	0.40	0.28	0.08
6m	n_61r	50.84	3.75	0.91	0.08	0.08
7	n_81r	49.02	1.64	0.77	0.27	0.10
7m	n_81r	49.30	3.63	0.85	0.04	0.08
8	n_91r	56.33	0.98	0.57	0.21	0.08
8m	n_91r	59.60	2.07	0.97	0.03	0.09
9	n_101r	53.84	2.02	0.45	0.07	0.02
9m	n_101r	57.92	1.87	0.70	0.02	0.03

No.	Symbol	12	6	4	3	2.4
		[%]	[%]	[%]	[%]	[%]
10	n_136r	50.32	0.35	0.66	0.22	0.15
10m	n_136r	52.75	2.19	1.22	0.05	0.06
11	n_141r	37.67	1.74	0.46	0.44	0.53
11m	n_141r	59.84	3.74	0.81	0.10	0.08
12	n_151r	59.14	0.17	0.30	0.35	0.16
12m	n_151r	56.15	1.37	0.92	0.03	0.06
13	n_161r	54.71	0.28	0.37	0.15	0.10
13m	n_161r	54.69	2.45	0.86	0.01	0.003
14	n_191r	53.27	0.60	0.57	0.10	0.06
14m	n_191r	55.18	2.49	0.49	0.01	0.01
15	n_201r	52.63	3.44	0.04	2.32	0.60
15m	n_201r	54.71	0.44	1.61	0.34	0.38
16	n_211r	56.84	0.16	0.85	0.06	0.04
16m	n_211r	57.44	1.70	0.57	0.02	0.02
17	n_221r	50.15	0.84	0.78	0.22	0.23
17m	n_221r	53.60	0.98	0.65	0.01	0.01
18	n_261r	49.67	0.28	0.23	0.08	0.21
18m	n_261r	54.17	1.22	0.60	0.03	0.002
19	n_301r	45.84	0.69	0.07	0.06	0.02
19m	n_301r	53.38	1.19	1.00	0.07	0.09
20	n_321r	18.53	3.36	0.35	0.22	0.40
20m	n_321r	24.49	2.88	0.98	0.15	0.35
21	i_10r	38.37	0.96	1.29	0.64	0.18
21m	i_10r	3.43	6.02	1.40	0.15	0.28
22	i_15r	47.48	0.82	3.65	0.72	0.36
22m	i_15r	0.82	4.44	1.18	0.88	0.42
23	i_25r	34.94	3.86	0.25	0.32	0.51
23m	i_25r	27.23	5.09	2.63	0.08	0.61

Tabela 16 Wkład w [%] 5 harmonik (12 mies., 6 mies., 4 mies., 3 mies. i 2.4 mies.) cyklu rocznego poziomu morza w variancję seriowyjściowej na 23 wybranych stacji mareograficznych, z których dane pomiarów wykorzystano do porównania wyników obliczeń z zastosowaniem wybranych algorytmów z wynikami obliczeń uzyskanymi z danych z modelu NPS. Rezultaty obliczeń z zastosowaniem metody regresji wielorakiej (MNK) z algorytmem SVD15. Rezultaty obliczeń uzyskane z wykorzystaniem danych z modelu NPS oznaczono symblem "m".

No.	Symbol	12	6	4	3	2.4
		[%]	[%]	[%]	[%]	[%]
1	n_1r	48.91	4.40	0.88	0.56	0.39
1m	n_1r	35.53	5.89	0.40	0.46	0.13
2	n_15r	51.27	2.67	0.87	0.25	0.03
2m	n_15r	39.27	5.55	1.15	0.22	0.01
3	n_21r	52.31	2.43	0.72	0.23	0.08
3m	n_21r	42.42	4.65	0.89	0.12	0.07
4	n_31r	50.01	2.28	0.43	0.15	0.04
4m	n_31r	44.71	5.10	0.65	0.03	0.03
5	n_41r	53.09	2.60	0.78	0.05	0.03
5m	n_41r	60.13	3.99	1.06	0.07	0.06
6	n_61r	50.77	2.03	0.40	0.28	0.08
6m	n_61r	50.70	3.71	0.90	0.08	0.08
7	n_81r	48.97	1.65	0.77	0.27	0.10
7m	n_81r	49.05	3.56	0.83	0.04	0.09
8	n_91r	56.10	0.99	0.58	0.20	0.08
8m	n_91r	59.31	2.02	0.96	0.03	0.10
9	n_101r	53.88	2.02	0.45	0.07	0.02
9m	n_101r	57.69	1.81	0.68	0.02	0.03

No.	Symbol	12	6	4	3	2.4
		[%]	[%]	[%]	[%]	[%]
10	n_136r	50.12	0.35	0.67	0.21	0.14
10m	n_136r	52.57	2.13	1.20	0.05	0.06
11	n_141r	36.41	1.56	0.47	0.38	0.46
11m	n_141r	60.14	3.85	0.85	0.09	0.08
12	n_151r	59.03	0.17	0.31	0.34	0.15
12m	n_151r	56.15	1.37	0.92	0.03	0.06
13	n_161r	54.62	0.28	0.38	0.14	0.10
13m	n_161r	54.52	2.38	0.84	0.02	0.002
14	n_191r	53.45	0.59	0.56	0.11	0.05
14m	n_191r	55.05	2.43	0.48	0.01	0.001
15	n_201r	53.78	3.60	0.04	2.43	0.74
15m	n_201r	54.82	0.46	1.56	0.37	0.42
16	n_211r	56.95	0.15	0.84	0.07	0.03
16m	n_211r	57.38	1.69	0.57	0.02	0.01
17	n_221r	50.34	0.85	0.77	0.23	0.22
17m	n_221r	53.54	0.95	0.63	0.01	0.01
18	n_261r	50.00	0.28	0.22	0.08	0.20
18m	n_261r	54.11	1.20	0.59	0.03	0.002
19	n_301r	46.11	0.68	0.07	0.06	0.02
19m	n_301r	53.32	1.16	0.99	0.07	0.09
20	n_321r	18.01	3.41	0.37	0.21	0.39
20m	n_321r	24.45	2.85	0.98	0.15	0.33
21	i_10r	38.64	0.95	1.29	0.65	0.19
21m	i_10r	3.41	6.04	1.39	0.14	0.26
22	i_15r	48.89	0.73	3.65	0.78	0.32
22m	i_15r	0.84	4.41	1.14	0.86	0.46
23	i_25r	33.71	4.06	0.21	0.29	0.54
23m	i_25r	27.14	5.01	2.62	0.08	0.58

Tabela 17 Wkład w [%] 5 harmonik (12 mies., 6 mies., 4 mies., 3 mies. i 2.4 mies.) cyklu rocznego poziomu morza w wariancję seriwyjściowej na 23 wybranych stacji mareograficznych, z których dane pomiarów wykorzystano do porównania wyników obliczeń z zastosowaniem wybranych algorytmów z wynikami obliczeń uzyskanymi z danych z modelu NPS. Wyniki obliczeń z zastosowaniem analizy harmonicznej. Rezultaty obliczeń uzyskane z wykorzystaniem danych z modelu NPS oznaczono symblem "m". Podano też wkład pełnego cyklu (total) oraz wkład sumy dwóch pierwszych harmonik (12+6).

No.	Symbol	12		6		4		3		2.4		total	12+6
		[%]	[%]	[%]	[%]	[%]	[%]	[%]	[%]	[%]	[%]	[%]	[%]
1	n_1r	48.89	4.39	0.89	0.55	0.38	55.08	53.27					
1m	n_1r	35.54	5.89	0.40	0.46	0.13	42.42	41.42					
2	n_15r	51.26	2.66	0.87	0.25	0.03	55.08	53.93					
2m	n_15r	39.29	5.56	1.15	0.25	0.01	46.23	44.84					
3	n_21r	52.29	2.42	0.72	0.23	0.08	60.05	59.24					
3m	n_21r	42.40	4.65	0.89	0.12	0.08	48.14	47.05					
4	n_31r	50.79	2.27	0.43	0.14	0.03	52.95	52.34					
4m	n_31r	44.70	5.10	0.65	0.03	0.03	50.55	49.80					
5	n_41r	53.90	2.60	0.78	0.05	0.03	57.36	56.50					
5m	n_41r	60.21	4.00	1.07	0.07	0.06	65.45	64.21					
6	n_61r	50.79	2.04	0.40	0.28	0.08	53.61	52.83					
6m	n_61r	50.70	3.71	0.90	0.08	0.09	55.50	54.42					
7	n_81r	48.97	1.65	0.77	0.27	0.10	51.75	50.62					
7m	n_81r	49.04	3.56	0.84	0.38	0.09	53.56	52.60					
8	n_91r	56.11	0.99	0.57	0.20	0.08	57.96	57.10					
8m	n_91r	59.33	2.02	0.96	0.34	0.10	62.44	61.34					
9	n_101r	53.86	2.02	0.45	0.07	0.02	56.42	55.88					
9m	n_101r	57.68	1.81	0.68	0.027	0.03	60.23	59.50					

No.	Symbol	12		6		4		3		2.4		total	12+6
		[%]	[%]	[%]	[%]	[%]	[%]	[%]	[%]	[%]	[%]	[%]	
10	n_136r	50.15	0.35	0.67	0.22	0.15	51.56	50.51					
10m	n_136r	52.58	2.13	1.20	0.06	0.06	56.05	54.72					
11	n_141r	36.50	1.56	0.45	0.39	0.51	39.49	38.06					
11m	n_141r	60.17	3.86	0.84	0.09	0.09	65.02	64.03					
12	n_151r	59.06	0.17	0.30	0.35	0.16	60.06	59.24					
12m	n_151r	56.00	1.32	0.90	0.03	0.07	58.33	57.32					
13	n_161r	54.63	0.29	0.37	0.14	0.10	55.54	54.92					
13m	n_161r	54.52	2.38	0.84	0.02	0.002	57.76	56.89					
14	n_191r	53.45	0.59	0.56	0.11	0.05	54.75	54.03					
14m	n_191r	55.03	2.43	0.48	0.01	0.01	57.96	57.46					
15	n_201r	53.58	3.60	0.05	2.39	0.61	60.69	57.18					
15m	n_201r	54.67	0.47	1.59	0.35	0.40	57.57	55.14					
16	n_211r	56.99	0.15	0.84	0.06	0.04	58.08	57.14					
16m	n_211r	57.41	1.69	0.57	0.02	0.02	59.71	59.10					
17	n_221r	50.35	0.85	0.77	0.23	0.22	52.43	51.02					
17m	n_221r	53.52	0.95	0.64	0.01	0.01	55.17	54.47					
18	n_261r	50.02	0.28	0.22	0.08	0.20	50.82	50.31					
18m	n_261r	54.11	1.20	0.59	0.03	0.002	55.96	53.30					
19	n_301r	46.13	0.69	0.07	0.07	0.22	47.04	46.82					
19m	n_301r	53.31	1.16	0.99	0.07	0.09	55.63	54.47					
20	n_321r	18.01	3.42	0.37	0.21	0.41	22.42	21.44					
20m	n_321r	24.50	2.85	0.97	0.15	0.36	28.84	27.35					
21	i_10r	38.63	0.95	1.29	0.65	0.19	41.71	39.58					
21m	i_10r	3.42	6.01	1.40	0.15	0.28	11.36	9.43					
22	i_15r	48.90	0.73	3.64	0.77	0.32	54.62	49.62					
22m	i_15r	0.85	4.38	1.15	0.86	0.44	7.79	5.24					
23	i_25r	33.71	4.06	0.21	0.29	0.54	38.82	37.77					
23m	i_25r	27.17	5.02	2.60	0.03	0.60	33.34	31.29					



## **Wyniki obliczeń dla danych z modelu NPS - walidacja - stacje mareograficzne - kontynuacja**

Rezultaty obliczeń wkładu wariancji z wykorzystaniem wszystkich wariantów metody są bardzo zbliżone.

W tab. 17 (wariant ana\_h) zamieszczono również oszacowania wkładu wariancji sumy wszystkich 6 harmonik cyklu jak i wkładu wariancji sumy dwóch pierwszych harmonik (o okresach 12 mies. i 6 mies.).

Wyniki oszacowań wkładu na stacjach i\_10r i i\_15r wskazują ponownie, że model nie opisuje poprawnie cyklu rocznego poziomu morza w węzłach siatki numerycznej bliskich lokalizacji tych dwóch stacji mareograficznych.

## **Wyniki obliczeń dla danych z modelu NPS - walidacja - stacje mareograficzne - podsumowanie**

Końcowy etap walidacja - próba oszacowania poprawności wyników z modelu z wykorzystaniem wybranych miar statystycznych, zastosowanych do wyznaczonych z danych obserwacji i z modelu składowych głównych:  $S_a$ ,  $P_{sa}$  i  $S_{sa}$ ,  $P_{ssa}$  oraz wkładu ich w wariancję serii wyjściowych ( na bazie wyników prezentowanych w tab. 10-14, na rys. 8 oraz w tab. 17).

## Wybrane miary statystyczne

Wybrane miary i parametry, to:

(i) - współczynniki regresji liniowej ( $y = a + bx$ ; , gdzie:  $x, y$ , oznaczają, odpowiednio, wielkości wyznaczone z danych pomiarowych i z modelu);

$$y = a + bx; \quad b = \frac{\sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X})^2}; \quad a = \bar{Y} - b \cdot \bar{X} \quad (7)$$

gdzie:

$X_i, Y_i$ ;  $i = 1, \dots, N$  - odpowiednio, serie wielkości oszacowane z danych pomiarów i z rezultatów z modelu NPS 9km;  $N$  - liczba danych w serii.  $\bar{X}, \bar{Y}$  - średnie wartości, odpowiednio, dla wielkości oszacowanych z danych pomiarów i z rezultatów z modelu NPS 9km; w tabelach w raporcie oznaczone, odpowiednio, jako  $xmin, ymin$ :

$$xmin = \bar{X} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_i, \quad ymin = \bar{Y} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N Y_i \quad (8)$$

(ii) współczynnik korelacji liniowej  $r$ :

$$r = \frac{\sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^N (Y_i - \bar{Y})^2 \sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X})^2}} = \frac{\sum_{i=1}^N (X_i \cdot Y_i - \bar{X})\bar{Y}}{sig_x \cdot sig_y} \quad (9)$$

gdzie:  $(sig_x, sig_y)$  - odchylenia standardowe:

$$sig_x = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X})^2}, \quad sig_y = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (Y_i - \bar{Y})^2} \quad (10)$$

Wartości współczynnika korelacji  $r$  mieszczą się w przedziale  $[-1.00, 1.00]$ , wartość optymalna (model znakomity) to  $r = \pm 1.00$ . Dla wartości  $r > 0.5$ ) model uznaje się za poprawny. Dla wartości  $r = 0.0$  - model nie wnosi żadnej informacji.

(iii) współczynnik determinacji  $R^2$ :

$$R^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (Y_i - \bar{Y})^2}{\sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X})^2} \quad (11)$$

W przypadku modeli z liniową zależnością współczynnik  $R^2 = r^2$ .

Wartości współczynnika  $R^2$  mieszczą się w przedziale  $[0.0, 1.0]$ , wartość optymalna (model znakomity) to  $R^2 = 1.0$ . Dla wartości  $R^2 > 0.5$ ) model uznaje się za poprawny. Dla wartości  $R^2 = 0.0$  - model nie wnosi żadnej informacji.

(iv) średni błąd systematyczny (bias - obciążenie)  $mbe$ :

$$mbe = bias = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (Y_i - X_i) = \bar{Y} - \bar{X} \quad (12)$$

(v) średni błąd bezwzględny  $mae$ :

$$mae = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |Y_i - X_i| \quad (13)$$

(vi) średni błąd kwadratowy  $rmse$ :

$$rmse = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (Y_i - X_i)^2} \quad (14)$$

(vii) współczynnik zgodności kwadratowej  $d$  (Robakiewicz, 2004 <sup>(1)</sup>; Willmott, 1982)<sup>(2)</sup>:

$$d = 1 - \frac{\sum_{i=1}^N (Y_i - X_i)^2}{\sum_{i=1}^N (|Y_i - \bar{X}| + |X_i - \bar{X}|)^2} \quad (15)$$

Wartości współczynnika  $d$  mieszczą się w przedziale  $[0.0, 1.00]$ , wartość optymalna (model znakomity) to  $d = 1.00$ . Dla wartości  $d > 0.5$ ) model uznaje się za poprawny.

<sup>1</sup>Robakiewicz M., 2004, *Wybrane probleme matematycznego modelowania hydrodynamiki Zatoki Gdańskiej*, Wydawnictwo IBW PAN, Gdańsk, str. 154.

<sup>2</sup> Willmott C.J., 1982, *Some comments on the evaluation of model performance*, Bull. Amer. Meteor. Soc., 63, 1309–1313

(viii) względny średniokwadratowy błąd resztowy normowany ( $rsr = rmse/sig_x$  (Moriasi et al., 2007)<sup>(3)</sup>):

$$rsr = \frac{rmse}{sig_x} = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^N (Y_i - X_i)^2}}{\sqrt{\sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X})^2}} \quad (16)$$

Parametr  $rsr$  przybiera wartości w przedziale  $[0.0, +\infty)$ , wartość optymalna (model znakomity) to  $rsr = 0.00$ . Dla wartości  $rsr \in (0.0, 0.70)$  model uznaje się za poprawny.

(ix) współczynnik efektywności  $nse$  Nasha i Sutcliffe'a (1970)<sup>(4)</sup>:

$$nse = 1 - \frac{\sum_{i=1}^N (Y_i - X_i)^2}{\sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X})^2} \quad (17)$$

Współczynnik  $nse$  przybiera wartości w przedziale  $(-\infty, 1.00]$ , wartość optymalna (model znakomity) to  $nse = 1.00$ . Dla wartości  $nse \in (0.0, 1.00)$  model uznaje się za poprawny; dla  $nse \sim 0.0$  - jako zadowalający, a dla wartości ujemnych  $nse < 0.0$  - jako niezadowalający.

(x) względny błąd systematyczny ( $pbias$ ) (Moriasi i in., 2007):

$$pbias = \frac{100 \cdot bias}{\bar{X}} = \frac{100 \cdot \sum_{i=1}^N (X_i - Y_i)}{\sum_{i=1}^N X_i} = \frac{mbe * 100}{\bar{X}} \quad (18)$$

Wartości parametru  $pbiasd$  mieszczą się w przedziale  $(-\infty, +\infty)$ , wartość optymalna (model znakomity) to  $pbias = 0.00$ . Dla wartości  $pbias$  w przedziale  $(0.0, \pm 50\%)$  model uznaje się za poprawny.

<sup>3</sup>Moriasi D.N. i in. 2007, *Model evaluation guidelines for systematic quantification of accuracy in watershed simulations*, autorzy: D. N. Moriasi, J. G. Arnold, M. W. Van Liew, R. L. Bingner, R. D. Harmel, T. L. Veith; Transactions of the ASABE, Vol. 50(3): 885-900 2007 American Society of Agricultural and Biological Engineers ISSN 0001-2351

<sup>4</sup>Nash, J. E., J. V. Sutcliffe, 1970, *River flow forecasting through conceptual models: Part 1. A discussion of principles*, J. Hydrology 10(3): 282-290.

(xi) względny średniokwadratowy błąd resztowy (*wbr*) (Ozga-Zielińska & Brzeziński, 1997)<sup>(5)</sup>;

$$wbr = \frac{1}{\bar{X}} \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (X_i - Y_i)^2} = \frac{rmse}{\bar{X}} \quad (19)$$

Parametr *wbr* przybiera wartości w przedziale  $(0.0, \pm\infty)$ , wartość optymalna (model idealny) to  $wbr = 0.00$ . Dla wartości  $wbr \in (-0.25, +0.25)$  model uznaje się za poprawny (dopuszczalne odchylenia).

(xii) stosunek wartości średnich *sws* (Ozga-Zielińska & Brzeziński, 1997);

$$sws = \frac{\bar{Y}}{\bar{X}} \quad (20)$$

Parametr *sws* przybiera wartości w przedziale  $(1.0, \pm\infty)$ , wartość optymalna (model idealny) to  $sws = 1.00$ . Dla wartości  $sws \in (0.75, 1.25)$  model uznaje się za poprawny (dopuszczalne odchylenia).

(xiii) specjalny współczynnik korelacji *rs* (Ozga-Zielińska & Brzeziński, 1997);

$$rs^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (2 Y_i X_i - X_i^2)}{\sum_{i=1}^N X_i^2} = 1 - \frac{rmse^2}{(sig_x)^2 + (\bar{X})^2}; \quad (21)$$

$$rs = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (2 Y_i X_i - X_i^2)}{\sum_{i=1}^N X_i^2}}; \quad \text{jeśli } \frac{rmse^2}{(sig_x)^2 + (\bar{X})^2} \leq 1 \quad (22)$$

Specjalny współczynnik korelacji *rs* przybiera wartości w przedziale  $[0.0, 1.0]$ , wartość optymalna (model idealny) to  $rs = 1.00$ . Dla wartości  $rs \in (0.85, 1.00)$  model uznaje się za poprawny (dopuszczalne odchylenia). Dla wartości  $rs = 0.0$  - model nie wnosi żadnej informacji.

<sup>5</sup>Ozga-Zielińska M., Brzeziński J., 1997, *Hydrologia stosowana*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa, str. 324.

(xiv) średni błąd kwadratowy zmodyfikowany  $s_d^2$  (Willmott, 1982):

$$s_d^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N [(Y_i - \bar{Y}) - (X_i - \bar{X})]^2 \quad (23)$$

$$s_d^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N [(Y_i - X_i) - (\bar{Y} - \bar{X})]^2 = \quad (24)$$

$$= \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N [(Y_i - X_i) - mbe]^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N [(Y_i - X_i) - bias]^2 \quad (25)$$

Dla dużych wartości  $N$  i jeśli znamy  $rmse$  oraz  $\bar{Y}, \bar{X}$  to można pokazać (Willmott, 1982), że:

$$s_d^2 \approx rmse^2 - (\bar{Y} - \bar{X})^2 \approx rmse^2 - bias^2 \quad (26)$$

Tabela 18a Miary statystyczne i parametry regresji oszacowane dla wybranych składowych cyklu rocznego poziomu morza (Sa, Psa, Ssa, Pssa), wyznaczonych na 23 wybranych stacjach mareograficznych, z zastosowaniem algorytmu analizy harmonicznej (ana\_h) oraz metody regresji wielorakiej (MNK) z wykorzystaniem algorytmu SVD (SVD15) oraz MRQ (MRQ15) na bazie danych z pomiarów i rezultatów obliczeń z modelu NPS 9km.

Wariant obliczeń	a [jm]	b [jm]	$R^2$ [-]	r [-]	xmin [jm]	ymin [jm]	d [-]	nse [-]	pbias [%]	rsr [-]	mbe [jm]	$s_d^2$ [-]	$sig_x$ [jm]	$sig_y$ [jm]	mae [jm]	rmse [jm]	sws [-]	wbr [-]	rs [-]
Sa																			
ana_h	-26.3	0.68	0.53	0.73	120.	55.5	0.44	-7.57	54	2.86	-64.7	278.	23.3	21.8	64.7	66.7	0.46	0.55	0.84
mrq	-26.8	0.68	0.54	0.73	120.	55.6	0.44	-7.52	54	2.85	-64.7	272.	23.3	21.8	64.7	66.6	0.46	0.55	0.84
mrq15	-26.1	0.68	0.53	0.73	120.	55.5	0.44	-7.56	54	2.86	-64.7	278.	23.3	21.8	64.7	66.7	0.46	0.55	0.84
svd	-26.9	0.69	0.54	0.74	120.	55.6	0.44	-7.55	54	2.86	-64.6	271.	23.3	21.7	64.6	66.6	0.46	0.55	0.84
svd15	-26.1	0.68	0.53	0.73	120.	55.5	0.44	-7.56	54	2.86	-64.7	278.	23.3	21.8	64.7	66.7	0.46	0.55	0.84
średnia	-26.4	0.68	0.53	0.73	120.	55.6	0.44	-7.55	54	2.86	-64.7	275.	23.3	21.8	64.7	66.7	0.46	0.55	0.84
Psa																			
ana_h	45.6	-4.08	0.49	-0.70	10.8	1.58	0.05	-436.	85	20.4	-9.21	9.67	0.47	2.76	9.42	9.70	0.15	0.90	0.44
mrq	45.5	-4.08	0.49	-0.70	10.8	1.58	0.05	-437.	85	20.5	-9.21	9.61	0.47	2.75	9.43	9.70	0.15	0.90	0.44
mrq15	45.7	-4.09	0.49	-0.70	10.8	1.58	0.05	-437.	85	20.5	-9.21	9.67	0.47	2.76	9.42	9.70	0.15	0.90	0.44
svd	45.5	-4.07	0.49	-0.70	10.8	1.58	0.05	-436.	85	20.4	-9.21	9.61	0.47	2.75	9.43	9.70	0.15	0.90	0.44
svd15	45.6	-4.08	0.49	-0.70	10.8	1.58	0.05	-436.	85	20.4	-9.21	9.67	0.47	2.76	9.42	9.70	0.15	0.90	0.44
średnia	45.6	-4.08	0.49	-0.70	10.8	1.58	0.05	-436.	85	20.5	-9.21	9.65	0.47	2.75	9.42	9.70	0.15	0.90	0.44
Ssa																			
ana_h	9.87	0.16	0.17	0.41	20.4	13.1	0.56	-0.35	36	1.14	-7.33	87.3	10.4	4.02	9.02	11.9	0.64	0.58	0.85
3 mrq	9.55	0.17	0.19	0.43	20.9	13.1	0.57	-0.43	37	1.17	-7.81	84.8	10.2	4.03	9.60	11.9	0.63	0.57	0.86
mrq15	9.58	0.16	0.18	0.43	21.0	13.0	0.57	-0.44	38	1.17	-7.94	87.5	10.3	3.97	9.67	12.1	0.62	0.58	0.85
svd	9.55	0.17	0.19	0.43	21.0	13.1	0.57	-0.43	37	1.17	-7.82	84.6	10.2	4.03	9.59	11.9	0.63	0.57	0.86
svd15	9.58	0.17	0.18	0.43	20.9	13.1	0.57	-0.43	38	1.17	-7.88	86.7	10.3	4.03	9.62	12.0	0.62	0.58	0.86
średnia	9.63	0.17	0.18	0.43	20.8	13.1	0.57	-0.41	37	1.16	-7.76	86.2	10.3	4.02	9.50	12.0	0.63	0.57	0.86
Pssa																			
ana_h	1.12	0.11	0.15	0.39	1.78	1.31	0.44	0.09	26	0.93	-0.47	4.01	2.16	0.61	1.40	2.01	0.74	1.13	0.68
mrq	1.12	0.11	0.15	0.38	1.78	1.31	0.44	0.09	26	0.93	-0.47	4.03	2.16	0.61	1.41	2.02	0.74	1.13	0.68
mrq15	1.12	0.11	0.15	0.39	1.78	1.31	0.45	0.09	26	0.93	-0.47	4.00	2.16	0.61	1.40	2.01	0.74	1.13	0.68
svd	1.12	0.11	0.15	0.38	1.78	1.31	0.44	0.09	26	0.93	-0.47	4.03	2.16	0.60	1.41	2.02	0.74	1.13	0.68
svd15	1.11	0.11	0.15	0.39	1.78	1.31	0.45	0.09	26	0.93	-0.47	4.00	2.16	0.61	1.40	2.01	0.73	1.13	0.68
średnia	1.12	0.11	0.15	0.38	1.78	1.31	0.44	0.09	26	0.93	-0.47	4.01	2.16	0.61	1.40	2.02	0.74	1.13	0.68



Tabela 18b Miary statystyczne i parametry regresji oszacowane dla wkładu wariancji składowych Sa, Ssa, Sa+Ssa oraz sumy 6 harmonik (total) cyklu rocznego poziomu morza, wyznaczonych na wybranych stacjach mareograficznych, z zastosowaniem algorytmu analizy harmonicznej (ana\_h) na bazie danych z pomiarów i rezultatów obliczeń z modelu NPS 9km.

Okres składowej	a [jm]	b [jm]	$R^2$ [-]	r [-]	xmin [jm]	ymin [jm]	d [-]	nse [-]	pbias [%]	rsr [-]	mbe [jm]	$s_d^2$ [-]	$sig_x$ [jm]	$sig_y$ [jm]	mae [jm]	rmse [jm]	sws [-]	wbr [-]	rs [-]
12 (Sa)	-0.95	0.96	0.27	0.52	48.6	45.5	0.62	-1.64	6	1.59	-3.08	200.	9.11	16.9	8.60	14.5	0.94	0.30	0.96
6 (Ssa)	2.09	0.62	0.23	0.48	1.68	3.14	0.57	-1.76	-86	1.62	1.45	2.41	1.31	1.72	1.79	2.13	1.86	1.26	-0.11
4	0.97	-0.01	0.00	-0.01	0.68	0.97	0.32	-0.60	-42	1.24	0.29	0.69	0.71	0.46	0.59	0.88	1.42	1.29	0.43
3	0.09	0.19	0.21	0.46	0.35	0.16	0.47	0.05	54	0.95	-0.19	0.18	0.48	0.20	0.22	0.46	0.45	1.33	0.62
2.4	0.00	0.68	0.54	0.74	0.20	0.13	0.83	0.37	33	0.77	-0.07	0.01	0.18	0.16	0.09	0.14	0.67	0.70	0.85
total	10.2	0.77	0.19	0.43	51.7	49.8	0.60	-1.62	4	1.58	-1.88	192.	8.82	15.5	8.84	14.0	0.96	0.27	0.96
12 +6	2.50	0.91	0.26	0.51	50.4	48.5	0.63	-1.48	4	1.54	-1.91	180.	8.80	15.9	8.58	13.6	0.96	0.27	0.96

Tabela 19a Miary statystyczne i parametry regresji oszacowane dla wybranych składowych cyklu rocznego poziomu morza (Sa, Psa, Ssa, Pssa), wyznaczonych na 23 wybranych stacjach mareograficznych, z zastosowaniem algorytmu analizy harmonicznej (ana\_h) oraz metody regresji wielorakiej (MNK) z wykorzystaniem algorytmu SVD (SVD15) oraz MRQ (MRQ15) na bazie danych z pomiarów i rezultatów obliczeń z modelu NPS 9km.

Okres	$R^2$ [-]	r [-]	d [-]	nse [-]	pbias [%]	rsr [-]	mbe [jm]	$s_d^2$ [-]	sws [-]	wbr [-]	rs [-]
	(>0.5)	(>0.5)	(>0.5)	(0,1)	(0±50%)	(0,0.7)	(-)	(-)	(0.75,1.25)	(-0.25,0.25)	(0.85,1.0)
Sa	<b>0.53</b>	<b>0.73</b>	0.44	-7.55	54	2.86	-64.7	275.	0.46	0.55	0.84
Psa	0.49	<b>-0.70</b>	0.05	-436.	85	20.5	0.47	2.75	0.15	0.90	0.44
Ssa	0.18	0.43	<b>0.57</b>	-0.41	<b>37</b>	1.16	-7.76	86.2	0.63	0.57	<b>0.86</b>
Pssa	0.15	0.38	0.44	<b>0.09</b>	<b>26</b>	0.93	-0.47	4.01	0.74	1.13	0.68

Tabela 19b Miary statystyczne i parametry regresji oszacowane dla wkładu wariancji składowych Sa, Ssa, Sa+Ssa oraz sumy 6 harmonik (total) cyklu rocznego poziomu morza, wyznaczonych na wybranych stacjach mareograficznych, z zastosowaniem algorytmu analizy harmonicznej (ana\_h) na bazie danych z pomiarów i rezultatów obliczeń z modelu NPS 9km.

Okres składowej	$R^2$ [-]	r [-]	d [-]	nse [-]	pbias [%]	rsr [-]	mbe [jm]	$s_d^2$ [-]	sws [-]	wbr [-]	rs [-]
	(>0.5)	(>0.5)	(>0.5)	(0,1)	(0±50%)	(0,0.7)	(-)	(-)	(0.75,1.25)	(-0.25,0.25)	(0.85,1.0)
12 (Sa)	0.27	<b>0.52</b>	<b>0.62</b>	-1.64	<b>6</b>	1.59	-3.08	200.	<b>0.94</b>	0.30	<b>0.96</b>
6 (Ssa)	0.23	0.48	<b>0.57</b>	-1.76	-86	1.62	1.45	2.41	1.86	1.26	-0.11
4	0.00	-0.01	0.32	-0.60	<b>-42</b>	1.24	0.29	0.88	1.42	1.29	0.43
3	0.21	0.46	0.47	<b>0.05</b>	54	0.95	-0.19	0.18	0.45	1.33	0.62
2.4	<b>0.54</b>	<b>0.74</b>	<b>0.83</b>	<b>0.37</b>	<b>33</b>	0.77	-0.07	0.01	0.67	0.70	<b>0.85</b>
total	0.19	0.43	<b>0.60</b>	-1.62	<b>4</b>	1.58	-1.88	192.	<b>0.96</b>	0.27	<b>0.96</b>
12 +6	0.26	<b>0.51</b>	<b>0.63</b>	-1.48	<b>4</b>	1.54	-1.91	180.	<b>0.96</b>	0.27	<b>0.96</b>

## Uwagi końcowe

Przedmiotem analiz były pola poziomu morza  $\eta(x, y, t)$  - rezultaty 26 letniej symulacji z rzeczywistymi polami sił wymuszających w latach 1979-2004, uśrednione dla poszczególnych miesięcy, ściślej, serie czasowe poziomu morza w wybranych węzłach siatki numerycznej modelu.

Cykl roczny średnich miesięcznych wartości  $\eta(x, y, t)$  zdefiniowano w opracowaniu jako szereg czasowy będący sumą 6 harmonik o okresach, odpowiednio, 12, 6, 4, 3, 2.4 i 2 mies., charakteryzujących zmienność poziomu w roku kalendarzowym.

Rozważono trzy warianty szacowania składowych cyklu rocznego poziomu morza z wykorzystaniem analizy harmonicznej oraz metody regresji wielorakiej.

Poprawność przygotowanych wariantów testowano na danych obserwacji z bazy PSMSL na wybranych stacjach mareograficznych a wyniki obliczeń porównywano z rezultatami estymacji dwóch pierwszych harmonik cyklu rocznego zamieszczonych w pracy Woodworth'a (1984).

Rezultaty konfrontacji wskazują, że opracowane algorytmy dają logiczne i poprawne rezultaty z wysokimi wartościami współczynnika determinacji rzędu: 98 % (Sa), 99 % (Psa), 93 % (Ssa) i 98 % (Pssa). Wyniki obliczeń wskazują, że wpływ trendu liniowego na wartości estymowanych parametrów cyklu rocznego nie jest znaczący.

Przetesowane algorytmy obliczeniowe wykorzystano do oszacowania składowych cyklu rocznego z wykorzystaniem rezultatów obliczeń poziomu morza z modelu NPS dla lat 1979-2004. Wyznaczone rozkłady przestrzenne składowej rocznej wykazały jedynie ogólną zgodność z polami wyznaczonymi z danych altymetrycznych dla okresu 1995-2002.

## Uwagi końcowe ... kontynuacja

Konfrontacja wyników oszacowań składowej rocznej i półrocznej z danych modelowych i z obserwacji na 23 stacjach mareograficznych wykazała znaczne różnice w wartościach amplitud i faz.

Amplitudy  $S_a$  i  $S_{sa}$  oszacowane z danych z modelu są prawie dwukrotnie niższe, a różnice w fazach sięgają 2-3 miesięcy dla  $P_{sa}$  a niekiedy nawet 4 miesięcy w przypadku  $P_{ssa}$  dla niektórych stacji ( $n_{151r}$ ,  $n_{261r}$ ). W przypadku stacji  $i_{10r}$  (Islandia) oraz  $i_{15r}$  (Wyspy Owcze) obserwuje się różnice w relacjach pomiędzy amplitudami  $S_a$  i  $S_{sa}$  wyznaczonymi z danych modelowych i danych obserwacji *in situ*, co wyraźnie widać w przebiegu składowych cyklu rocznego.

Wkład wariancji kolejnych harmonik w wariancję wyjściowej serii, oszacowany dla danych na 23 wybranych stacjach i węzłach siatki numerycznej modelu, dopełnia obraz zmienności składowych cyklu rocznego. Rezultaty oszacowań wkładu wariancji dla stacji  $i_{10r}$  i  $i_{15r}$  potwierdzają, że model NPS nie opisuje poprawnie cyklu rocznego poziomu morza w węzle siatki bliskim lokalizacji tych stacji mareograficznych.

Uśrednione dla 23 stacji wartości parametrów cyklu rocznego wynoszą odpowiednio:

Parametr	obserwacje	model	$R^2$	$r$
$S_a$ - amp (mm)	120±23.3	55.5±21.8	0.59	0.73
$P_{sa}$ - faza (mies)	10.8±0.47	1.58±2.76	0.49	-0.70
$S_{sa}$ - amp (mm)	20.8±10.3	13.1±4.02	0.17	0.43
$P_{ssa}$ - faza (mies)	1.78±2.16	1.31±0.61	0.18	0.38
$S_a$ - wkład (%)	48.6±9.11	45.5±16.9	0.27	0.52
$S_{sa}$ - wkład (%)	1.68±1.31	3.14±1.72	0.23	0.48
total - wkład (%)	51.7±8.82	49.8±15.5	0.19	0.43
$S_s+S_{sa}$ - wkład (%)	50.4±8.80	48.5±15.9	0.26	0.51

Dziękuję za uwagę