

R O Z P R A W Y

ZYGMUNT KOWALIK
SABINA TARANOWSKAPolska Akademia Nauk
Zakład Oceanologii Instytutu Geofizyki — Sopot**PRĄDY GĘSTOŚCIOWE W BAŁTYKU**

Treść: Wstęp 5; 1. Podstawowe równania 6; 2. Równanie wydatków masowych i swobodnej powierzchni morza 9; 3. Niektóre modele uproszczone 12; 4. Schemat obliczeń numerycznych 16; 5. Obliczanie prądów w Morzu Bałtyckim na podstawie gęstości wody morskiej 18; Summary 28; Literatura 30.

Wstęp

Prądy w morzach wykazujących stratyfikację gęstościową były przez wiele lat obliczane na podstawie metody dynamicznej zaproponowanej przez Helland-Hansena i Sandsträma (wg A. Defant 1961), która polegała na wyprowadzeniu podstawowego równania wiążącego prędkości prądu na poszczególnych głębokościach z różnicami ciśnień hydrostatycznych. Niestety, metoda ta zawiera szereg dodatkowych warunków niezbędnych dla jej zastosowania. Jednym z nich jest znalezienie poziomu odniesienia, czyli takiej głębokości, od której prowadzone są obliczenia i na której znana jest prędkość prądu. Poziomem odniesienia wybierano zazwyczaj powierzchnię „zerową”, gdzie pozioma składowa prędkości prądu zanika. Ponieważ w morzach płytkich, jak omawiany Bałtyk, niemożliwe jest wskazanie takiej powierzchni, stąd też w niniejszym opracowaniu zastosowano nową metodę obliczania prędkości i kierunku prądu, a mianowicie na podstawie rozkładu gęstości wody.

Za wyjściowe równanie dla dalszych obliczeń przyjęto równanie przepływów geostroficznych przy założeniu, że gęstość znana jest na całym obszarze morza. Wprowadzając odpowiednie warunki brzegowe otrzymano jednocześnie rozwiązanie równania przepływów geostroficznych.

Dzięki takiemu postępowaniu uzyskano ogólny obraz prądów w mo-

rzu i uniknięto trudności związanych z wyborem powierzchni „zerowej” stosowanej w metodzie dynamicznej.

Należy jednak zaznaczyć, że tok obliczeń w proponowanej metodzie jest o wiele bardziej skomplikowany niż w metodzie dynamicznej.

Aby wyjaśnić pewne właściwości metody oraz niektóre cechy fizyczne przepływów wywoływanych stratyfikacją, obliczono przepływy na dwóch modelach uproszczonych: morza o powierzchniach w kształcie koła oraz prostokąta. W tych przypadkach prądy gęstościowe są wypadkową dwóch składowych wywoływanych różnicą gęstości oraz nachylenia powierzchni morza.

Rezultaty otrzymane dla Morza Bałtyckiego wykazały, że prądy związane z gęstością są niewielkie, rzędu 0,5—5 cm/sek. Cząsteczka wody zatem wędruje od cieśnin duńskich do Zatoki Fińskiej mniej więcej jeden rok.

Jak wiadomo, ogólny przebieg prądów w Bałtyku związany jest z wlewem wód z Morza Północnego, jednak wyniki otrzymane w niniejszym opracowaniu wykazują, że cyrkulacja w znacznej mierze zależy również od głębokości. W szczególności wokół głębi daje się zauważyć ruch kołowy zmieniający ogólnie znany przebieg wymiany wód w Bałtyku.

1. PODSTAWOWE RÓWNANIA

Przepływy ustalone w morzach będziemy rozważać, pomijając wpływ tarcia oraz zakładając, że badany rejon oceanu lub morza nie znajduje się na równiku.

Niech początek prostokątnego układu współrzędnych znajduje się na swobodnej powierzchni tak, aby oś x wskazywała na wschód, oś y na północ, a oś z do środka ziemi.

Jak wiadomo, równania opisujące ruch ustalony mają postać:

$$\rho \vec{u} \nabla \vec{u} + \rho [\vec{f} \vec{u}] = -\nabla p + \rho \vec{g}, \quad (1.1)$$

gdzie: \vec{u} — wektor prędkości, którego składowe wzdłuż osi x , y , z oznaczmy u , v , w ; f — parametr Coriolisa, p — ciśnienie, ρ — gęstość, g — przyspieszenie siły ciężkości.

Przeprowadzimy linearyzację równania (1.1) zakładając, że stanem podstawowym jest stan równowagi hydrostatycznej przy założeniu jednorodnego rozkładu gęstości, a zatem:

$$\begin{aligned} p &= p_0 + p' + \dots \\ \rho &= \rho_0 + \rho' + \dots \\ \vec{u} &= \vec{u}' + \dots \end{aligned} \quad (1.2)$$

Podstawiając równanie (1.2) do (1.1) otrzymamy:

$$-\frac{\delta p_0}{\delta z} + g\varrho_0 = 0 \quad (1.3)$$

oraz

$$\varrho_0 [\vec{f}u'] = -\nabla p' + g\varrho'. \quad (1.4)$$

Równanie (1.4) będzie podstawowym równaniem do obliczeń prądów wynikłych z różnic gęstości.

Przepiszemy je w postaci skalarowej:

$$\varrho_0 f v' = \frac{\delta p'}{\delta x}, \quad (1.5)$$

$$-\varrho_0 f u' = \frac{\delta p'}{\delta y}, \quad (1.6)$$

$$\varrho' g = \frac{\delta p'}{\delta z}. \quad (1.7)$$

Do powyższych równań dodamy równanie ciągłości $\frac{d\varrho}{dt} = 0$, które dla przepływów ustalonych upraszcza się:

$$\frac{\delta}{\delta x}(\varrho_0 u') + \frac{\delta}{\delta y}(\varrho_0 v') + \frac{\delta}{\delta z}(\varrho_0 w') = 0. \quad (1.8)$$

Zazwyczaj w przedstawionym powyżej układzie równań powinno też występować równanie stanu, które jednak w danym przypadku jest zbędne, gdyż naszym podstawowym założeniem jest znajomość jednego z parametrów, a mianowicie gęstości $-\varrho$, przy czym zakładamy, że jest ona obliczana na podstawie zasolenia i temperatury wody.

Ponieważ ciśnienie w cieczy jednorodnej wyraża się równaniem:

$$p_0 = g \int_0^z \varrho_0 dz, \quad (1.9)$$

w cieczy niejednorodnej zaś:

$$p = g \int_{-\zeta}^z \varrho dz = g\zeta\varrho(\zeta) + g \int_0^z \varrho dz, \quad (1.10)$$

a różnica ich wynosi:

$$p' = p - p_0 = g\zeta\varrho\xi + g \int_0^z \varrho' dz. \quad (1.11)$$

Tę wartość wprowadzono następnie do równań (1.5) oraz (1.6).

W powyższych równaniach: ζ — zmiana położenia swobodnej po-

wierzchni morza wokół położenia $z = 0$; $\rho(\zeta)$ — gęstość wody na swobodnej powierzchni.

W celu ułatwienia dalszych obliczeń i rozważań wprowadzono następujące oznaczenia:

$$\varphi_z = \int_0^z \rho' dz; \quad \varphi_H = \int_0^H \rho' dz, \quad (1.12)$$

$$p_H = g\zeta\rho(\zeta) + \varphi_H, \quad q_H = \int_0^H \varphi_z dz.$$

Aby otrzymać jednoznaczne rozwiązanie przedstawionych równań, dodano warunki brzegowe. Na swobodnej powierzchni morza ($z = -\zeta(x, y)$),

$$-w'(H) + \frac{\delta\zeta}{\delta x} u' + \frac{\delta\zeta}{\delta y} v' = 0 \quad (1.13)$$

oraz przy dnie ($z = H(x, y)$),

$$-w'(H) + \frac{\delta H}{\delta x} u' + \frac{\delta H}{\delta y} v' = 0. \quad (1.14)$$

Równania (1.13) oraz (1.14) wyrażają znany fakt, że składowa prędkości prostopadła do brzegowych powierzchni horyzontalnych jest równa zeru.

Układ równań (1.5), (1.6), (1.11) wraz z warunkami granicznymi (1.13), (1.14) charakteryzuje prądy, które powstają w rezultacie superpozycji prądów wywołanych niejednorodnością gęstości w kierunku poziomym oraz prądów związanych z nachyleniem swobodnej powierzchni morza.

Wychodząc z równań (1.5), (1.6) oraz (1.11) i dzieląc morze na warstwy o grubości $\Delta z = z_{i+1} - z_i$, licząc od powierzchni ($i = 0$) do dna ($i = N$) otrzymamy:

$$\rho_0 f v'_i = \rho(\zeta) g \frac{\delta\zeta}{\delta x} + g \frac{\delta}{\delta x} \int_0^{z_i} \rho' dz, \quad (1.15)$$

$$-\rho_0 f u'_i = \rho(\zeta) g \frac{\delta\zeta}{\delta y} + g \frac{\delta}{\delta y} \int_0^{z_i} \rho' dz. \quad (1.16)$$

Wprowadzając do równań (1.15) i (1.16) $z_0 = 0$, dochodzimy do oczywistego wniosku, że prędkość prądu na powierzchni morza jest zależna tylko od $\frac{\delta\zeta}{\delta x}$ oraz $\frac{\delta\zeta}{\delta y}$. Stąd, aby otrzymać rozkład prędkości prądu

w pionie, składowe nachylenia powierzchni morza winny być znane.

Metoda obliczeń składowych nachylenia powierzchni morza przedstawiona zostanie w następnym rozdziale.

2. RÓWNANIA WYDATKÓW MASOWYCH I SWOBODNEJ POWIERZCHNI MORZA

Całkując równania (1.5) i (1.6) od powierzchni do dna oraz uwzględniając równania (1.11) i (1.12) otrzymamy:

$$fM_y = \rho(\zeta)gH \frac{\delta\zeta}{\delta x} + g \int_0^H \frac{\delta q_z}{\delta x} dz, \quad (2.1)$$

$$-fM_x = \rho(\zeta)gH \frac{\delta\zeta}{\delta y} + g \int_0^H \frac{\delta q_z}{\delta y} dz, \quad (2.2)$$

gdzie $M_x = \int_{-\zeta}^H \rho_0 u' dz$

oraz

$$M_y = \int_{-\zeta}^H \rho_0 v' dz$$

są składowymi wydatku masowego.

W równaniach (2.1) oraz (2.2) wyrażenia drugiego rzędu, jak $\zeta \rho(\zeta) \frac{\delta\zeta}{\delta y}$ zostały odrzucone.

Ponieważ w równaniach wydatków występują trzy niewiadome, dołączymy do tego układu równanie ciągłości dla wydatków masowych.

Aby otrzymać to równanie scałkujemy równanie ciągłości w pionie od swobodnej powierzchni do dna:

$$\begin{aligned} & \int_{-\zeta}^H \left[\frac{\delta}{\delta x} (\rho_0 u') + \frac{\delta}{\delta y} (\rho_0 v') \right] dz + \rho_0 w' \Big|_{z=H} - \rho_0 w' \Big|_{z=-\zeta} = \\ & = \frac{\delta}{\delta x} \int_{-\zeta}^H \rho_0 u' dz - \frac{\delta H}{\delta x} \rho_0 u' \Big|_{z=H} - \frac{\delta\zeta}{\delta x} \rho_0 u' \Big|_{z=-\zeta} + \\ & + \frac{\delta}{\delta y} \int_{-\zeta}^H \rho_0 v' dz - \frac{\delta H}{\delta y} \rho_0 v' \Big|_{z=H} - \frac{\delta\zeta}{\delta y} \rho_0 v' \Big|_{z=-\zeta} + \\ & + \rho_0 w' \Big|_{z=H} - \rho_0 w' \Big|_{z=-\zeta} = 0. \end{aligned} \quad (2.3)$$

Wprowadzając do powyższego równania warunki brzegowe (1.13) i (1.14) mamy:

$$\frac{\delta}{\delta x} \int_{-\zeta}^H \rho_0 u dz + \frac{\delta}{\delta y} \int_{-\zeta}^H \rho_0 v dz = \frac{\delta M_x}{\delta x} + \frac{\delta M_y}{\delta y} = 0. \quad (2.4)$$

Zróżniczkujemy teraz równanie (2.1) względem y a (2.2) względem x i następnie tak otrzymane równania odejmijmy stronami. W wyniku tych działań otrzymujemy:

$$\frac{\delta f}{\delta y} M_y = g\varrho(\zeta)I(\zeta, H) + gI(\varphi_H, H) = I(\varrho_H, H), \quad (2.5)$$

gdzie I jest dwuwymiarowym operatorem jacobianowym.

Wprowadzając do równania (2.5) M_y z równania (2.1) otrzymamy równanie swobodnej powierzchni morza:

$$\begin{aligned} \varrho(\zeta)gHf^{-1} \frac{\delta \zeta}{\delta x} \frac{\delta f}{\delta y} + gf^{-1} \frac{\delta f}{\delta y} \int_0^H \frac{\delta \varphi_z}{\delta z} dz = \\ = g\varrho(\zeta)I(\zeta, H) + gI(\varphi_H, H). \end{aligned} \quad (2.6)$$

Bezpośrednie obliczenie wielkości zmian poziomu morza z równania (2.6) jest praktycznie niemożliwe z powodu braku wiadomości o wartościach poziomu morza przy brzegu. W związku z tym dalsze rozwiązanie będzie przebiegało w sposób następujący: zamiast rozwiązywać równanie (2.6) z równań (2.1) i (2.2) zostanie wyeliminowane ζ i w ten sposób otrzymamy równanie, w którym jedyną niewiadomą będzie wydatek masowy. Dla równania wydatków masowych z łatwością sprecyzujemy warunek brzegowy. Po znalezieniu rozkładu wydatków masowych w badanym akwenu obliczymy wartości $\frac{\delta \zeta}{\delta x}$ i $\frac{\delta \zeta}{\delta y}$ z równań (2.1) i (2.2). A następnie te wartości będą wprowadzone do równań (1.15) i (1.16) w celu określenia składowych prędkości prądu.

Zajmiemy się teraz wyprowadzeniem równania wydatków masowych.

W tym celu składowe $\frac{\delta \zeta}{\delta x}$ oraz $\frac{\delta \zeta}{\delta y}$ z równań (2.1) i (2.2) wprowadzimy do równania (2.5); otrzymamy wtedy:

$$H \frac{\delta f}{\delta y} \frac{\delta \psi}{\delta y} = fI(\psi, H) + gHI(\varphi_H, H) - gI(\varrho_H, H). \quad (2.7)$$

W powyższym równaniu wprowadzono funkcję prądu (ψ) w postaci:

$$M_x = -\frac{\delta \psi}{\delta y}; \quad M_y = \frac{\delta \psi}{\delta x}. \quad (2.8)$$

Do równania (2.7) dodamy warunek brzegowy:

$$\psi = 0, \quad (2.9)$$

gdyż prostopadła do brzegu składowa wydatku masowego jest równa zeru. W ten sposób również warunki brzegowe zostały ustalone ostatecznie,

dotychczas bowiem dysponowaliśmy tylko warunkami przy powierzchni i przy dnie morza. Ale warunek brzegowy (2.9) nie może być spełniony wzdłuż całej linii brzegowej, gdyż wtedy równanie (2.7) traci sens.

Aby uniknąć następstw tej sytuacji wprowadzimy dwa założenia: a) przyjmujemy, że warunek $\psi = 0$ spełniony może być tylko na pewnym odcinku linii brzegowej; b) wprowadzimy tarcie przy dnie.

Wtedy w równaniu (2.7) wystąpi człon:

$$\left(\frac{\delta^2 \psi}{\delta x^2} + \frac{\delta^2 \psi}{\delta y^2} \right) r,$$

gdzie r — współczynnik tarcia.

W praktycznych obliczeniach numerycznych zakładając będziemy, że $r \rightarrow 0$, co w rezultacie będzie sprowadzać równanie drugiego rzędu do równania (2.7).

Powyższe rozwiązanie pozwala na uzyskanie pewnego dodatkowego wyniku odnośnie do warunków brzegowych przy dnie. W tym celu równania (1.5) i (1.6) pomnożymy odpowiednio przez $\frac{\delta H}{\delta y}$ oraz $\frac{\delta H}{\delta x}$ a następnie tak przekształcone równania odejmiemy stronami, w wyniku czego otrzymamy:

$$\rho_0 f \left(v' \frac{\delta H}{\delta y} + u' \frac{\delta H}{\delta x} \right) = I(p_H, H) \quad (2.10)$$

Zgodnie z warunkiem brzegowym (1.14) lewa strona równania (2.10) zależy od prędkości pionowej przy dnie w sposób następujący:

$$\rho f w'(H) = I(p_H, H). \quad (2.11)$$

Zgodnie z tym wynikiem równanie (2.5) przepiszemy w nowej postaci:

$$\frac{\delta f}{\delta y} M_y = \rho_0 f w'(H). \quad (2.12)$$

Kończąc ten rozdział rozważmy jeszcze zagadnienia związane ze zmianami poziomu morza (ζ). Wprawdzie dla obliczeń prądu wymagane były tylko składowe nachylenia powierzchni morza w danym punkcie, jednak wydaje się również celowe obliczenie wartości zmian poziomu (ζ) jako parametru łatwo dostępnego poprzez obserwacje mareograficzne. W tym celu dla akwenu zamkniętego wprowadzimy całkę po całej powierzchni morza:

$$\iint \zeta(x, y) dx dy \equiv 0. \quad (2.13)$$

Równość powyższa jest następstwem równania ciągłości.

3. NIEKTÓRE MODELE UPROSZCZONE

Rozpatrzmy pewne modele mórz o uproszczonych kształtach geometrycznych w celu przedstawienia proponowanej metodyki oraz pewnych specyficznych cech przepływów wywołanych niejednorodnym rozkładem gęstości.

a) Morze, którego brzegi stanowią okrąg koła. Geometryczna postać dna i brzegów wyraża się wzorem:

$$H = z_1 \left(1 - \frac{x^2 + y^2}{R^2} \right). \quad (3.1)$$

Gdy $H = 0$, otrzymujemy kształt brzegu w postaci kołowej: $R^2 = x^2 + y^2$.

Wybierając $z_1 = 100$ m, $R = 100$ km, a różnicę gęstości wody morskiej w postaci:

$$\rho' = 2 \cdot 10^{-17}(x^2 + y^2), \quad (3.2)$$

otrzymamy na podstawie równania (2.7) dla funkcji prądu:

$$H \frac{\delta f}{\delta y} \frac{\delta \psi}{\delta x} = fI(\psi, H) \quad (3.3)$$

z warunkiem brzegowym $\psi = 0$ na pewnym odcinku linii brzegowej. Rozwiązanie równania (2.8) prowadzi do wartości $\psi = 0$ w całym rozpatrywanym obszarze, a zatem przepływy rozpatrywane przez nas odbywają się z wydatkiem masowym $M \equiv 0$. W konsekwencji dla składowych nachylenia powierzchni morza otrzymujemy z równań (2.1) i (2.2):

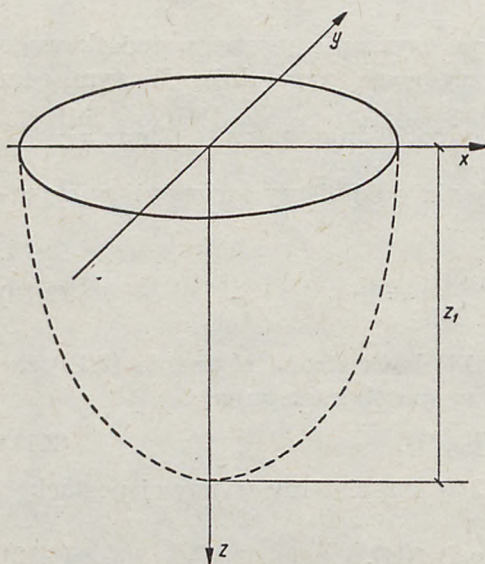
$$\frac{\delta \zeta}{\delta x} = -2 \cdot 10^{-17} x H, \quad (3.4)$$

$$\frac{\delta \zeta}{\delta y} = -2 \cdot 10^{-17} y H. \quad (3.5)$$

Podstawiając te wartości do równania (1.15) i (1.16) otrzymujemy dla składowych prędkości prądu:

$$v' = g_2 \cdot 10^{-13} x (2z - H), \quad (3.6)$$

$$u' = g_2 \cdot 10^{-13} y (H - 2z). \quad (3.7)$$



Ryc. 1. Układ współrzędnych dla akwenu w kształcie koła

Fig. 1. System of co-ordinates for a round-shaped basin

Prądy powierzchniowe w rzucie z góry przedstawiają cyrkulację zamkniętą.

Maksymalna wartość prądu występuje w odległości $l = \frac{R}{\sqrt{3}}$ (ok. 58 km) od początku układu współrzędnych.

Kształt swobodnej powierzchni znajdziemy za pomocą równań (3.4) i (3.5). Nachylenia powierzchni przyjmują wartości zerowe w początku układu oraz przy brzegach. Badanie drugich pochodnych

$\frac{\delta^2 \zeta}{\delta x^2}$ oraz $\frac{\delta^2 \zeta}{\delta y^2}$ wykazuje, że w po-

czątku układu mamy wartość maksymalną poziomu morza, a przy brzegach minimalną. Całkowanie równań (3.4) lub (3.5) wskazuje, że kształt powierzchni zwierciadła wody jest krzywą czwartego stopnia zbliżoną kształtem do paraboli, przy czym ζ wzdłuż osi x określa równanie:

$$\zeta = -10^{-13}x^2 + \frac{10^{-13}}{2} \cdot \frac{x^4}{R^2} + \zeta_0, \quad (3.8)$$

gdzie ζ_0 , wielkość ζ w początku układu współrzędnych. Różnica $\zeta_0 - \zeta$ wynosi 5 cm.

b) Morze o powierzchni w kształcie prostokąta z wymiarami 100 km wzdłuż osi x oraz 50 km wzdłuż osi y . Głębokość zmienia się w sposób liniowy:

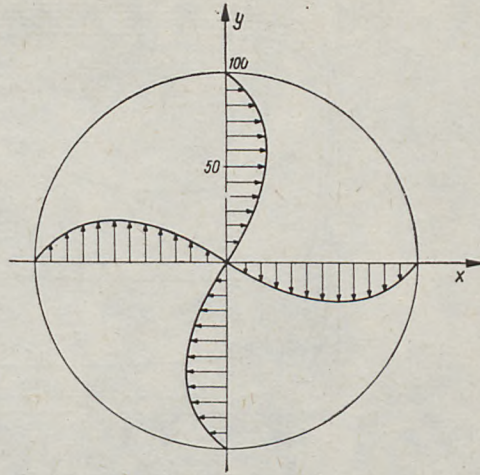
$$H = 10^4 + 10^{-4}x + 2 \cdot 10^{-4}y, \quad (3.9)$$

a rozkład gęstości przyjmujemy w postaci:

$$\rho' = 2 \cdot 10^{-7}z - 10^{-10}x - 4 \cdot 10^{-10}y. \quad (3.10)$$

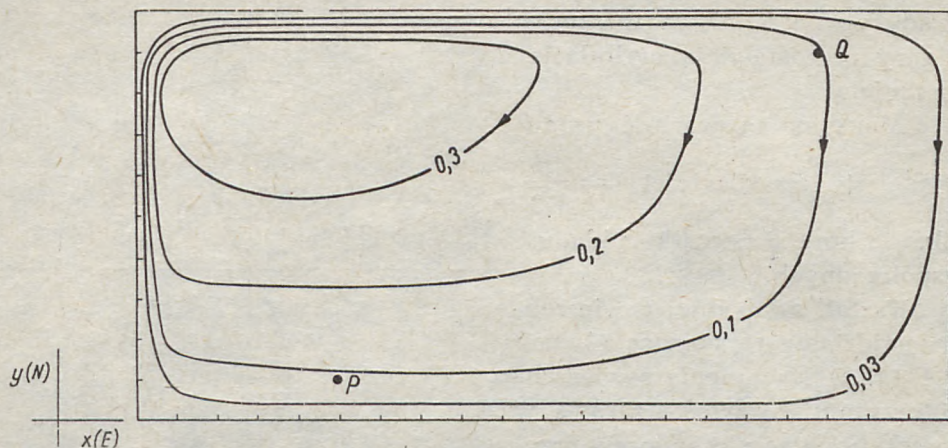
Rozwiązanie równania (2.7) z warunkiem brzegowym (2.9) prowadzić będziemy metodami numerycznymi. Rezultat całkowania numerycznego równania funkcji prądu ilustrują przepływy wyśrednione od powierzchni do dna.

Na rycinach 4 i 5 przedstawione zostały pionowe rozkłady prędkości prądu w punktach P i Q na ryc. 3 o współrzędnych $x = 25$ km, $y = 5$ km oraz $x = 85$ km, $y = 45$ km.



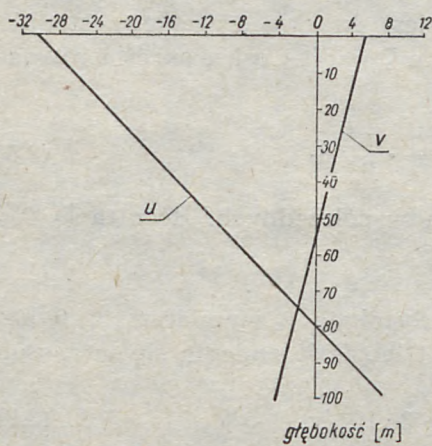
Ryc. 2. Prądy powierzchniowe w rzucie z góry

Fig. 2. Surface currents — view from above



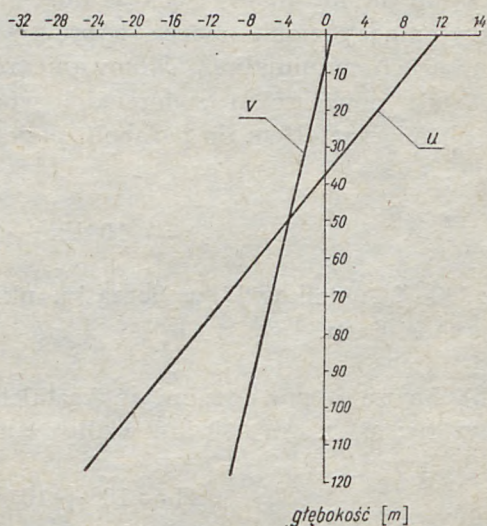
Ryc. 3. Linie prądu wydatku masowego (liczby na ryc. podano w mln t/sek)

Fig. 3. Mass transport current line (No on Fig. given in milion tons/sec.)



Ryc. 4. Pionowy rozkład prędkości prądu (cm/sec) w punkcie P z ryc. 3 (dodatnim kierunkiem dla składowej u — wschód, a dla składowej v — północ)

Fig. 4. Vertical distribution of current speed (cm/sec.) at point P of Fig. 3 (positive direction for component u is east and for component v — north)



Ryc. 5. Pionowy rozkład prędkości prądu (cm/sec) w punkcie Q z ryc. 3 (dodatnim kierunkiem dla składowej u — wschód, a dla składowej v — północ)

Fig. 5. Vertical distribution of current speed (cm/sec.) at point Q of Fig. 3 (positive direction for component u is east, and for component v — north)

Przedstawione na tych rycinach prądy zmieniają się liniowo z głębokością, zgodnie z przyjętym rozkładem gęstości. Również średni (w pionie) kierunek prądu jest zgodny z kierunkiem wydatków masowych przedstawionych na ryc. 3.

Pewne własności rozważanych przez nas prądów wyjaśnimy za pomocą hodografu ryc. 6, wykonanego na podstawie ryc. 5.

Wypadkowy wektor prądu powierzchniowego \vec{u} ($z=0$) jest składową zależną tylko od nachylenia swobodnej powierzchni morza $\left(\frac{\delta\zeta}{\delta x}$ oraz $\frac{\delta\zeta}{\delta y}\right)$. Prędkość prądu

przy dnie \vec{u} ($z=H$) jest równoległa do powierzchni dna, zgodnie z warunkiem brzegowym (Leendertse 1967). Koniec wektora prędkości prądu na dowolnej głębokości porusza się po linii prostej łączącej koniec wektora

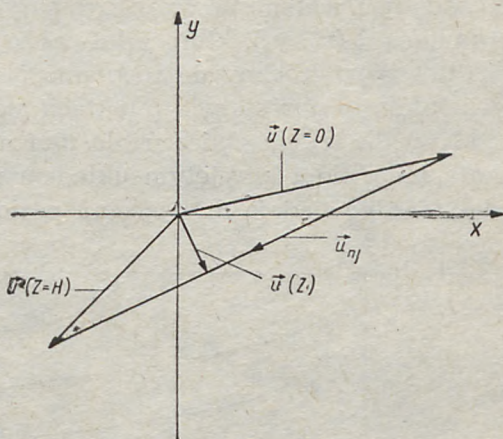
\vec{u} ($z=0$) oraz \vec{u} ($z=H$). Prędkość prądu na dowolnej głębokości \vec{u} (z) jest sumą dwu wektorów \vec{u} ($z=0$) oraz \vec{u}_{nj} ; przy tym ten ostatni jest rezultatem poziomej niejednorodności gęstości w morzu. Dodać należy, że w rozpatrywanych przez nas prostych przypadkach składowa \vec{u}_{jn} jest równoległa do linii $\rho' = \text{Const}$. Warunek równoległości \vec{u}_{nj} do linii jednakowych gęstości w horyzontalnej płaszczyźnie zapiszemy w postaci:

$$\frac{1}{f\rho_0} \frac{\delta\rho'}{\delta y} \frac{\delta}{\delta x} \int_0^z \rho' dz - \frac{1}{f\rho_0} \frac{\delta\rho'}{\delta x} \frac{\delta}{\delta y} \int_0^z \rho' dz = 0. \quad (3.11)$$

Kierunek składowej prądu zależnej tylko od nachylenia swobodnej powierzchni jest zawsze równoległy do linii jednakowych wartości ζ ; wynika to stąd, że między wektorem $\nabla \zeta$ oraz wektorem \vec{u} ($z=0$) zachodzi związek;

$$\frac{\rho(\zeta)g}{\rho_0 f} \cdot u \frac{\delta}{\delta x} + \frac{\rho(\zeta)g}{\rho_0 f} \cdot v \frac{\delta}{\delta y} \equiv 0. \quad (3.12)$$

Następnie przystąpimy do obliczenia wielkości zmian poziomu morza ζ . Równanie (2.13) rozwiążemy w sposób numeryczny przy wstęp-



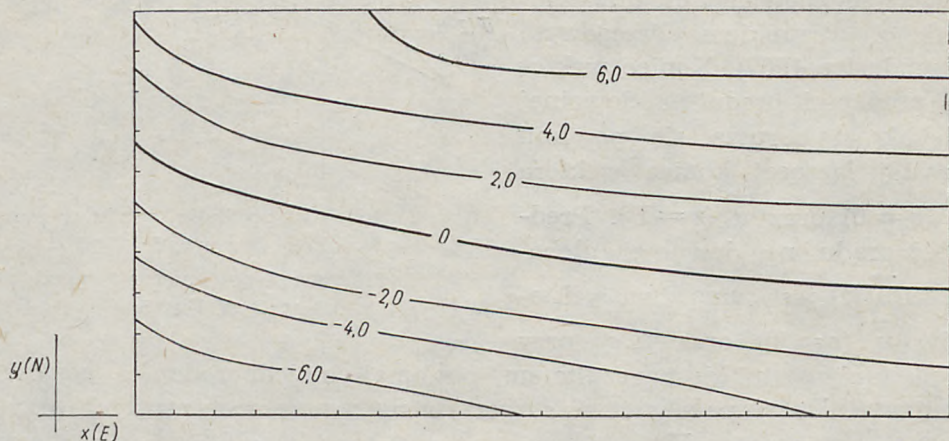
Ryc. 6. Hodograf prędkości prądu w punkcie Q z ryc. 5

Fig. 6. Hodograph of current speed at point Q of Fig. 5

nym założeniu, że wartość poziomu morza jest znana w dowolnym punkcie akwenu o współrzędnych x_a, y_a . Zmiany poziomu we wszystkich pozostałych punktach akwenu z łatwością mogą być wyrażone przez $\zeta(x_a, y_a)$ za pomocą wyrażenia:

$$d\zeta = \frac{\delta\zeta}{\delta x} dx + \frac{\delta\zeta}{\delta y} dy. \quad (3.13)$$

Postępując w ten sposób otrzymamy w równaniu (3.2) tylko jedną niewiadomą $\zeta(x_a, y_a)$, którą z łatwością określimy. Po znalezieniu wartości $\zeta(x_a, y_a)$ powrócimy do równania (3.13), za pomocą którego znajdziemy wartość ζ w pozostałych punktach akwenu. Na ryc. 7 przedstawiony został wynik takich obliczeń dla morza o powierzchni w kształcie prostokąta. Zgodnie z przyjętym układem współrzędnych na ryc. 7 liczby dodatnie odpowiadają malejącemu poziomowi swobodnej powierzchni.



Ryc. 7. Izolinie zmian poziomu morza (liczby na ryc. podano w cm)

Fig. 7. Isolines of change in sea level (number on Figure given in cm)

4. SCHEMAT OBLICZEŃ NUMERYCZNYCH

Równanie (2.10) funkcji prądu dla wydatków masowych stanowi podstawę metody obliczania prądów gęstościowych. Jego rozwiązanie dla mórz i oceanów prowadzone może być tylko metodami numerycznymi. Dla dalszych rozważań przepiszemy równanie (2.10) w postaci:

$$L\psi = a(x, y) \frac{\delta\psi}{\delta x} - b(x, y) \frac{\delta\psi}{\delta y} + F(x, y) = 0, \quad (4.1)$$

gdzie: $a(x, y) = f \frac{\delta H}{\delta y} - H \frac{\delta f}{\delta y}$, $b(x, y) = f \frac{\delta H}{\delta x}$, $F(x, y) = gHI(\varphi_H, H) - gI(q_H, H)$.

Przy czym założymy, że a i b są danymi i ciągłymi funkcjami w obszarze domkniętym \bar{D} , gdzie $\bar{D} = \{0 \leq x \leq l_1; 0 \leq y \leq l_2\}$. W obszarze \bar{D} wprowadzimy siatkę obliczeń numerycznych o kroku $h = \Delta x = \Delta y$. W ten sposób otrzymamy domknięty obszar siatkowy $\bar{D}_h = \{x_j = jh; y_k = kh\}$, gdzie $j = 0, 1 \dots J; k = 0, 1 \dots K$.

Granicę obszaru \bar{D} oznaczmy Γ , a granicę obszaru siatkowego \bar{D}_h oznaczmy Γ_h . Funkcja ψ jest znana na granicy i równa $\psi|_{\Gamma} = 0$.

Wprowadźmy teraz (na podstawie szeregu Taylora) pochodne w obszarze siatkowym.

a) pochodna przednia:

$$\psi_x = \frac{\psi(j+1, k) - \psi(j, k)}{h} = \frac{\delta\psi}{\delta x} + \frac{h}{2} \frac{\delta^2\psi}{\delta x^2}. \quad (4.2)$$

b) pochodna wsteczna:

$$\psi_x^- = \frac{\psi(j, k) - \psi(j-1, k)}{h} = \frac{\delta\psi}{\delta x} - \frac{h}{2} \frac{\delta^2\psi}{\delta x^2}. \quad (4.3)$$

Podobnie uczynimy dla pochodnych względem y .

W wyrażeniach (4.2) oraz (4.3) kreski nad pochodnymi oznaczają wartości pochodnych w pewnym wewnętrznym punkcie odcinka $j-1, j+1$.

Dla dowolnego wewnętrznego węzła obszaru \bar{D}_h zapiszemy równanie różnicowe odpowiadające równaniu różniczkowemu (4.1):

$$L_h\psi = a^+\psi_x + a^-\psi_x - b^+\psi_y - b^-\psi_y + F = 0, \quad (4.4)$$

gdzie $a^+ = \frac{|a|+a}{2}$; $a^- = \frac{a-|a|}{2}$, $b^+ = \frac{b+|b|}{2}$; $b^- = \frac{b-|b|}{2}$,

lub wprowadzając zapis indeksowy otrzymamy:

$$\begin{aligned} L_h\Psi = & \Psi(j+1, k)(a+|a|) + \Psi(j-1, k)(|a|-a) + \\ & + \Psi(j, k+1)(|b|-b) + \Psi(j, k-1)(b+|b|) - \\ & - 2(|a|+|b|)\Psi(j, k) + 2hF = 0 \end{aligned} \quad (4.5)$$

Dla rozwiązania powyższego równania posłużymy się metodą iteracyjną Seidla, przy czym, jak łatwo zauważyć, równanie (4.5) spełnia warunek dostateczny zbieżności metody iteracyjnej Faddejewa, 1959.

Nietrudno też zauważyć (stosując twierdzenia Taylora), że równanie różnicowe w postaci (4.5) aproksymuje równanie (4.1), gdy $h \rightarrow 0$. W celu dokładniejszego wykazania związku między równaniem (4.1) i (4.5) wprowadzimy następujące twierdzenie:

Niech Ψ będzie funkcją posiadającą ciągle pochodne włącznie do dru-

giego rzędu względem x oraz \bar{y} , w obszarze \bar{D} , wówczas $L_h\Psi \rightarrow L\Psi$, gdy $h \rightarrow 0$.

Podstawmy do równania (4.4) wyrażenia (4.2) i (4.3), w rezultacie otrzymamy:

$$\begin{aligned} L_h\Psi &= a^+ \left(\frac{\delta\Psi}{\delta x} + \frac{h}{2} \frac{\delta^2\bar{\Psi}}{\delta x^2} \right) + a^- \left(\frac{\delta\Psi}{\delta x} - \frac{h}{2} \frac{\delta^2\bar{\Psi}}{\delta x^2} \right) - \\ &- b^+ \left(\frac{\delta\Psi}{\delta y} - \frac{h}{2} \frac{\delta^2\bar{\Psi}}{\delta y^2} \right) - b^- \left(\frac{\delta\Psi}{\delta y} + \frac{h}{2} \frac{\delta^2\bar{\Psi}}{\delta y^2} \right) + F = \\ &= a \frac{\delta\Psi}{\delta x} - b \frac{\delta\Psi}{\delta y} + hR + F = L\Psi + hR, \end{aligned} \quad (4.6)$$

gdzie R jest wielkością ograniczoną i niezależną od h , zatem:

$$|L\Psi - L_h\Psi| \leq R_h, \quad (4.7)$$

skąd otrzymamy $L_h\Psi \rightarrow L\Psi$, kiedy $h \rightarrow 0$.

5. OBLICZANIE PRĄDÓW W MORZU BAŁTYCKIM NA PODSTAWIE GĘSTOŚCI WODY MORSKIEJ

Prądy gęstościowe, jak proponuje przedstawiona metoda, będą obliczone na podstawie rozkładu gęstości wody morskiej. Choć pomiary temperatury i zasolenia wody w Bałtyku były prowadzone już od dłuższego czasu (patrz na przykład monografie Soskina 1956 i 1963), to jednak zebrany materiał obserwacyjny wykazał ich dużą nierównomierność i to zarówno w czasie, jak i w przestrzeni. W celu uchwycenia rozkładu gęstości wody w Bałtyku przeanalizowano dane z różnych miesięcy w całej zebranej serii obserwacyjnej i okazało się, iż najwięcej pomiarów oraz najlepsze ich rozmieszczenie zanotowano w miesiącu sierpniu. Wobec tego prądy gęstościowe zostały obliczone dla tego miesiąca.

Opracowaniem został objęty obszar południowego i środkowego Bałtyku wraz z Zatoką Fińską. Pominięto Zatoki Botnicką i Ryską, gdzie liczba obserwacji okazała się niewystarczająca.

Przy opracowaniu zastosowano metodę kwadratów powszechnie używaną dla obszarów wodnych. Cały omawiany akwen został podzielony na kwadraty, których granice wyznaczono za pomocą linii przeprowadzonych wzdłuż południków i równoleżników. Liczba kwadratów wynosi 155, bok kwadratu jest równy 20 Mm. Zastosowana seria obserwacyjna obejmuje lata 1954-1968. Z okresu tego uwzględniono wszelki dostępny materiał źródłowy, dotyczący temperatury i zasolenia wody morskiej, który posłużył do opracowania gęstości wody w Bałtyku.

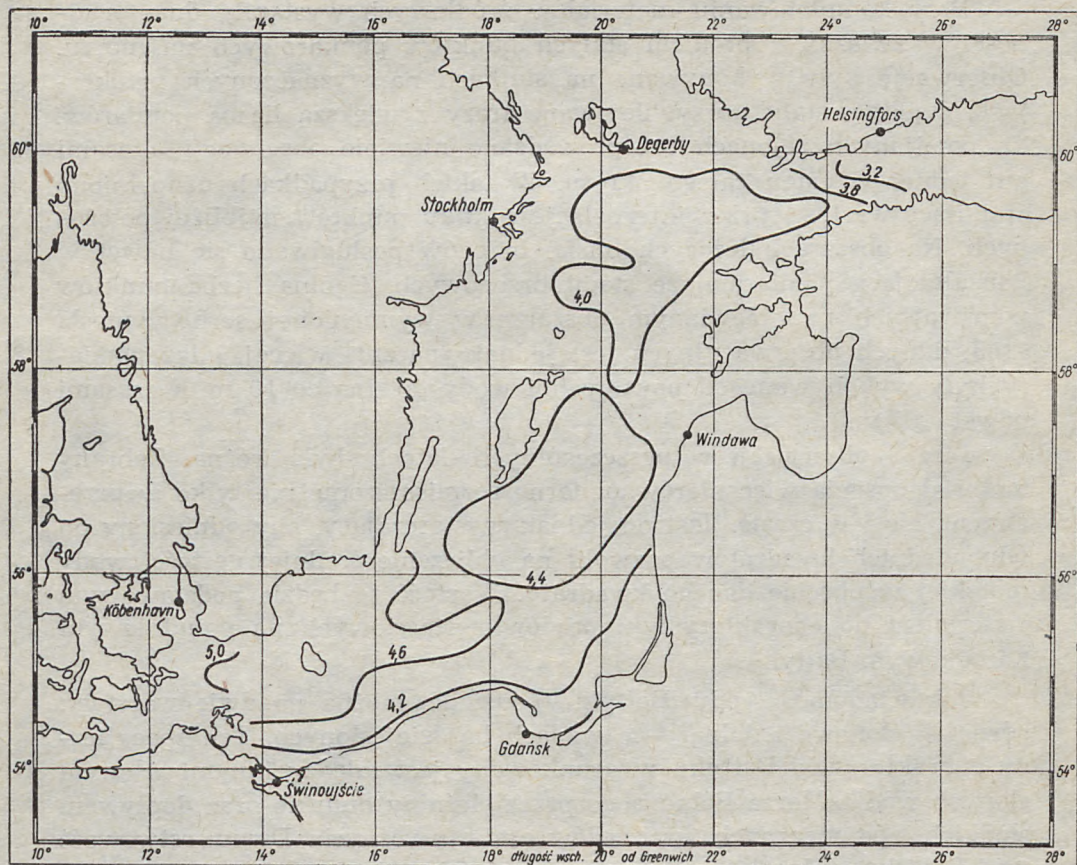
Przy kompletowaniu materiałów źródłowych wystąpiły duże trudności w związku z brakiem stałych punktów pomiarowych na morzu. Obserwacje były wykonywane na statkach na wyznaczonych przekrojach, stąd powstały uprzywilejowane trasy z większą liczbą pomiarów. Na pomijanych rejonach przeprowadzano niewiele obserwacji, czasami ani jednej w ciągu całego okresu. W takich przypadkach uzupełniono brakujące wartości przez interpolację z kilku punktów najbliższej położonych. Na obszarach leżących blisko brzegów posługiwano się nawet w konsultacjach pomiarami ze stacji brzegowych. Ogólna liczba punktów pomiarowych na omawianym obszarze w wymienionej serii wyniosła 1185; danych obserwacyjnych jest jednak znacznie więcej, gdyż pomiary były wykonywane od powierzchni wody do dna co 10 m, a czasami nawet co 5 m.

Liczba obserwacji w poszczególnych latach była różna. Zebrany materiał posiada więc nierównomierne rozmieszczenie nie tylko w przestrzeni, ale i w czasie. Jest on jednak wystarczający, aby odniesiony do odpowiednich kwadratów pozwolił na obliczenie średniej gęstości wody morskiej w obrębie danego kwadratu. Wartość ta będzie podstawowym materiałem do charakterystyki prądów gęstościowych na południowym i środkowym Bałtyku.

Jak wiadomo, wody Bałtyku podzielić można na dwie warstwy: górną — słonąwą i dolną — o wodach bardziej słonych. Ten specyficzny charakter wód Bałtyku uwarunkowany jest między innymi wlewem słonych wód z Morza Północnego przez cieśniny duńskie oraz dopływem słodkich wód rzecznych i z opadów atmosferycznych. Dwuwarstwowość wód Bałtyku wpływa też na rozkład gęstości wody.

Umowną gęstość wody morskiej obliczano na powierzchni morza oraz co 10 m aż do dna, biorąc pod uwagę jednoczesną zmianę temperatury i zasolenia. Na podstawie średniej gęstości wody przeprowadzono analizę przebiegu tego czynnika w warstwie powierzchniowej i przydennej. W celu łatwiejszego zobrazowania wykonano mapy gęstości (ryc. 8, 9), wykreślając izopikny, linie łączące jednakowe wartości gęstości wody w morzu.

W sierpniu ogrzane w ciągu lata powierzchnie wody Bałtyku. osiągają najwyższe wartości temperatury, co wpływa na spadek gęstości. Cały południowy Bałtyk, aż poza wyspę Gotland, objęty jest izoterma 16°C , jedynie przy brzegach Zatok Pomorskiej i Gdańskiej utrzymuje się izoterma 17°C . Takie wyrównane warunki termiczne wody w sierpniu wpływają też na bardzo małe zróżnicowanie gęstości w warstwie powierzchniowej na przestrzeni południowego i środkowego Bałtyku. Różnica gęstości wody w warstwie powierzchniowej między Zatoką



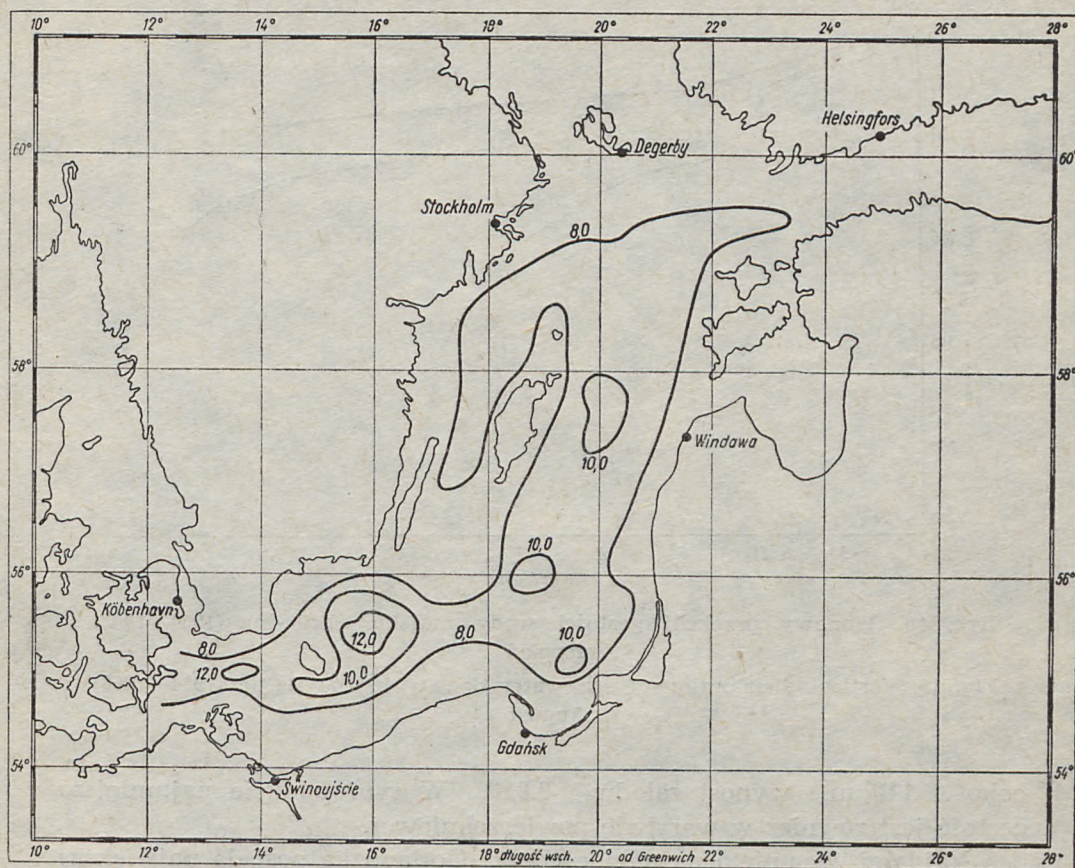
Ryc. 8. Umowna gęstość wody morskiej w warstwie powierzchniowej (1954—1968) sierpień

Fig. 8. σ_t in surface layer (1954—1968) August

Fińską i Kattegatem wynosi zaledwie 1,8. Najmniejsza gęstość obserwowana jest w Zatoce Fińskiej, największa u wylotu cieśnin duńskich.

W warstwach przydennych obraz jest zupełnie inny. Wyraźnie zarysowują się głębie, w których notowane są największe gęstości. Głębie Arkońska i Bornholmska zamykają się izopikną 12, Gdańska i Gotlandzka ograniczona izopikną 10. Największy obszar objęty jest izopikną 8, która biegnie równolegle w pewnej odległości od brzegu. W płytkich, wysłodzonych i o wysokiej temperaturze wodach Zatoki Pomorskiej gęstość w przydennych warstwach jest najmniejsza.

W celu bliższego zobrazowania warunków gęstościowych wody na obszarze Bałtyku wykonano ryc. 10, przedstawiając przekrój pionowy



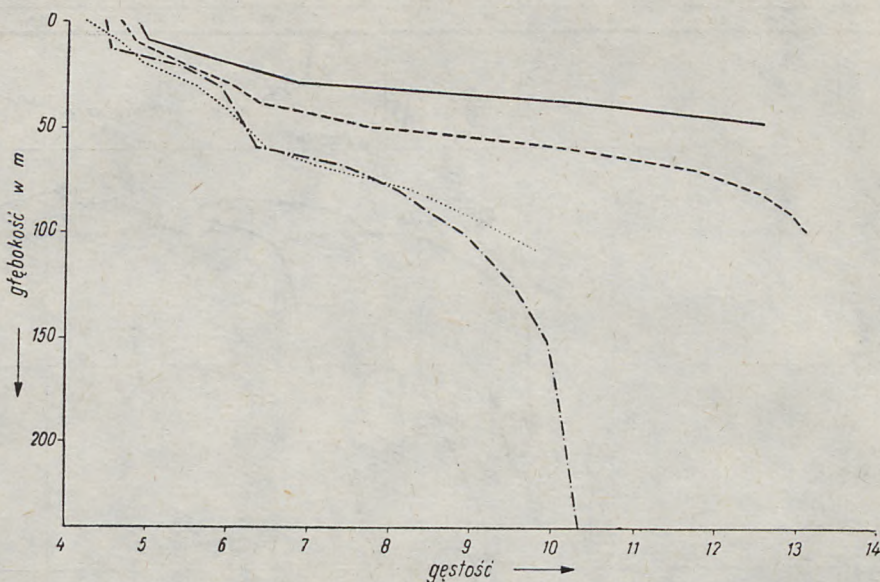
Ryc. 9. Umowna gęstość wody morskiej w warstwie przydennej (1954—1968) sierpień
 Fig. 9. σ_t at bottom (1954—1968) August

gęstości wody morskiej w czterech punktach na Bałtyku. Są to głębie: Arkońska, Bornholmska, Gdańska i Gotlandzka.

Głębia Arkońska posiada stosunkowo nieduże obniżenie, gdyż głębokość jej sięga zaledwie około 50 m. Położona najbliżej cieśnin duńskich charakteryzuje się dużą gęstością, gdyż na głębokości 50 m średnia wieloletnia wynosi 12.615.

Taką wartość gęstości w Głębi Bornholmskiej otrzymujemy dopiero na głębokości 80 m. Dalszy wzrost gęstości wody w tym punkcie jest już nieduży i przy dnie, na głębokości 100 m, osiąga wartość 13.022.

Do Głębi Gdańskiej, położonej znacznie na wschód, wlewy wód słonych nie docierają już w takiej ilości, a gęstość wody przy dnie, na głę-



Ryc. 10. Pionowy przekrój gęstości wody morskiej Bałtyku (1954—1968) sierpień

Fig. 10. Vertical distribution of sea water density in the Baltic (1954—1968) August

bokości 110 m, wynosi zaledwie 9.813. W tym punkcie najmniejsza gęstość jest również w warstwie powierzchniowej.

Najdalej wysunięta na północ Głębia Gotlandzka posiada największą głębokość (249 m). Tu gęstość zbliżona jest najbardziej do wartości otrzymanych w Głębi Gdańskiej. W tym rejonie, poniżej 100 m, wzrost gęstości jest już nieznaczny, a na głębokości 240 m osiąga 10.270.

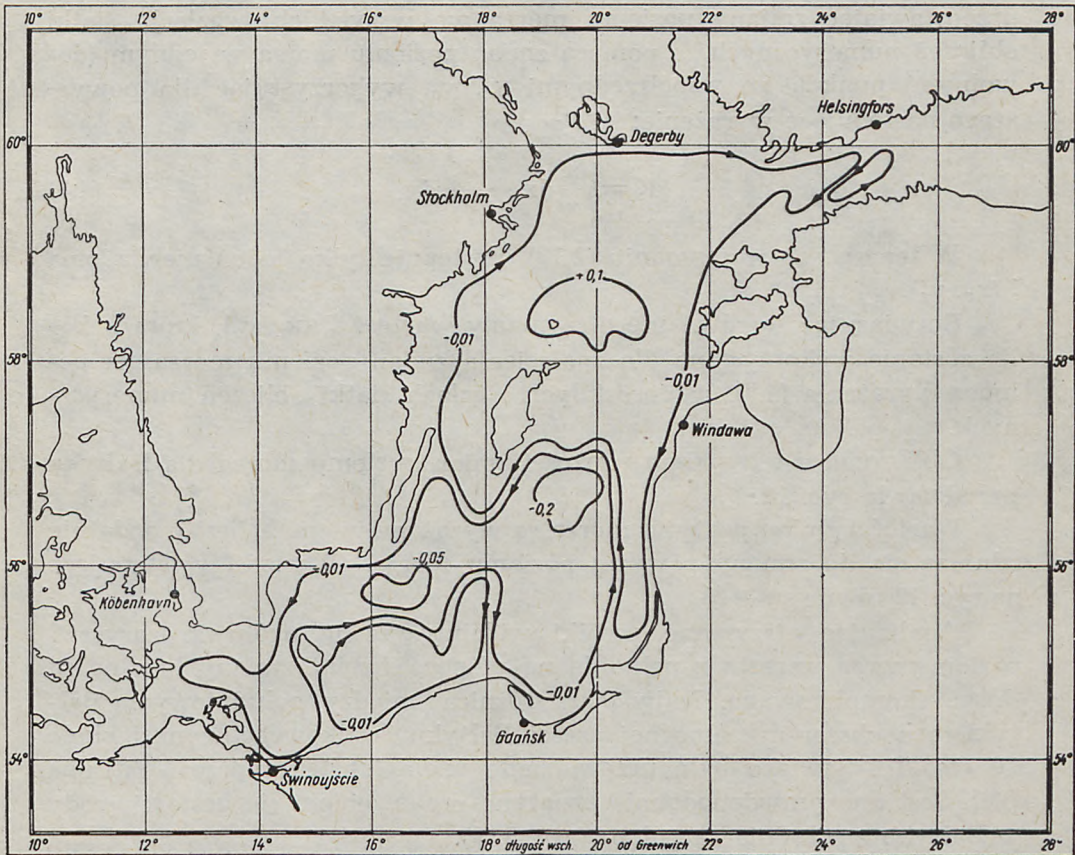
Jak wynika z ryc. 10, gęstość w poszczególnych głębiach ma różny przebieg i tworzy lokalny charakter. Uzależnione to jest w dużym stopniu od konfiguracji dna morskiego, gdzie liczne rynny i ławice leżące między głębiami utrudniają swobodny przepływ słonych wód z Kattegatu do wschodnich i północnych rejonów Morza Bałtyckiego. Gęstość wody uzależniona jest też od odległości danego punktu od źródła zasilania w wodę słoną, co ma specjalne odbicie w przebiegu gęstości w warstwach przydennych.

W warstwach powierzchniowych, pozostających pod znacznym wpływem wód słodkich, zmiana gęstości występuje wprawdzie w tym samym kierunku, jak w warstwach przydennych, tj. w miarę oddalania się na wschód i północ, lecz różnice wartości są znacznie mniejsze.

Mając zbudowane pole gęstości w Bałtyku możemy przystąpić do obliczeń prądów. Pierwszym krokiem jest obliczenie funkcji wydatków

masowych na podstawie algorytmu (4.5). Na obszarze Bałtyku środkowego i południowego wpisano siatkę obliczeń numerycznych z krokiem $h = 10$ Mm.

Rozwiązania równania (4.5) prowadzono metodą iteracji, a wyniki obliczeń w postaci izolinii funkcji prądu naniesiono na ryc. 11.



Ryc. 11. Izolinie wydatków masowych (1954—1968) sierpień

Fig. 11. Isoline of mass transport (1954—1968) August

Charakterystyczny obszar przedstawia dwa potężne wiry, w których odbywa się ruch cyklonalny i antycyklonalny. Taki charakter ruchu wypadkowego (izolinie funkcji prądu charakteryzują średni kierunek ruchu od powierzchni do dna) jest niewątpliwie uzależniony od dwóch czynników, tj. poziomego rozkładu gęstości, wchodzącego do funkcji wydatków masowych poprzez różnice $\varrho - \varrho_0 = \varrho'$, oraz od ukształtowania

dna i zarysu linii brzegowej, które znalazły swoje odbicie w równaniach wydatków masowych poprzez funkcje $\frac{\delta H}{\delta x}$ oraz $\frac{\delta H}{\delta y}$.

Następnym etapem obliczeń jest znalezienie kształtu swobodnej powierzchni morza.

W tym celu otrzymano numeryczne rozwiązanie równania (2.13), przedstawiając zmiany poziomu morza we wszystkich węzłach siatki obliczeń numerycznych za pomocą zmian poziomu morza w jednym (dowolnym) punkcie ze współrzędnymi x_a , y_a , wykorzystując dla powyższego następujące wyrażenie:

$$d\zeta = \frac{\delta\zeta}{\delta x} dx + \frac{\delta\zeta}{\delta y} dy. \quad (4.8)$$

W ten sposób w równaniu (2.13) występuje tylko jedna niewiadoma $\zeta(x_a, y_a)$.

Rozwiązując to równanie otrzymamy wartość $\zeta(x_a, y_a)$, która z kolei zostanie wykorzystana dla znalezienia zmian poziomu morza, za pomocą wyrażenia (4.8), w pozostałych węzłach siatki obliczeń numerycznych.

Obliczone w ten sposób wartości zmian poziomu morza dla Bałtyku przedstawia ryc. 12.

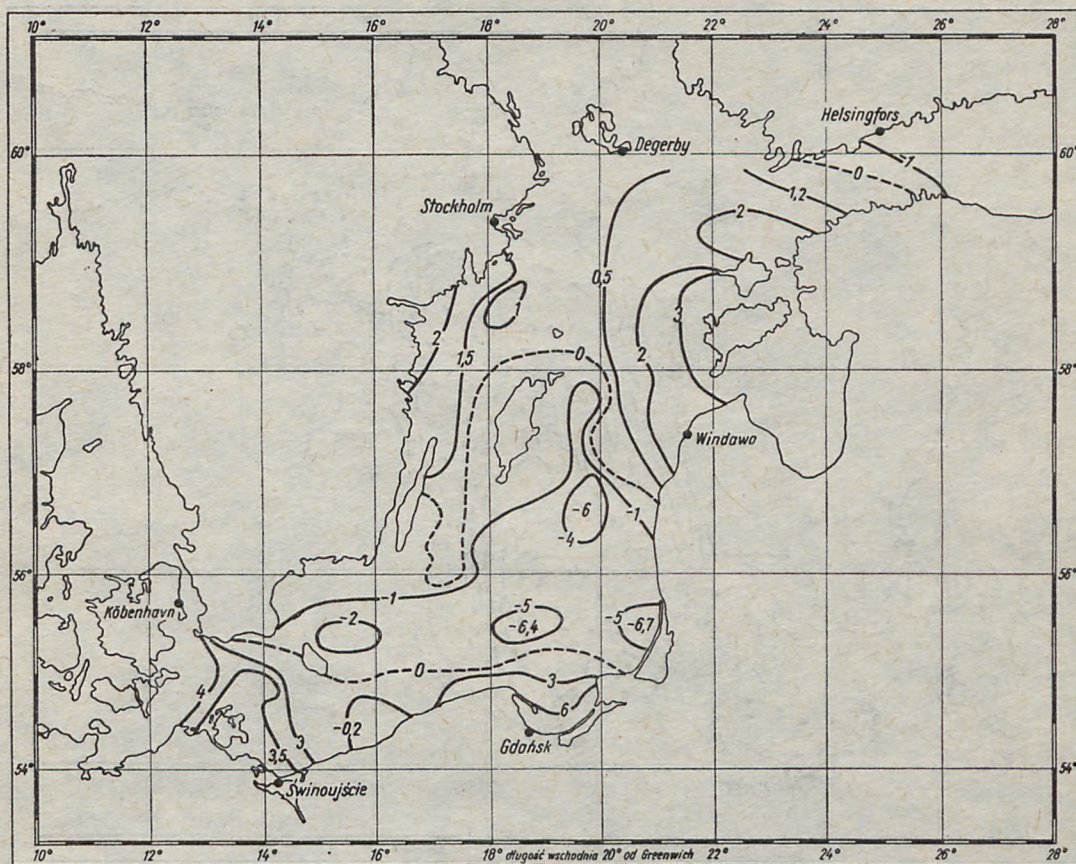
Wartości zmian poziomu morza są wyrażone w cm, a liczby dodatnie odnoszą się do zmiany powyżej poziomu morza. (Wartości występujące na ryc. 12 równe są $-\zeta$).

Analizując otrzymane wyniki widzimy, że w ogólnych zarysach poziom morza wzrasta z południa na północ, chociaż zmiany lokalne są dosyć skomplikowane. Największa różnica między południowym Bałtykiem a obszarem północnej części Bałtyku środkowego wynosi około 10 cm. To zjawisko było przewidziane wiele lat temu przez Wittinga [26]. Jest ono prawdopodobnie związane z obniżeniem się gęstości wody w Bałtyku z południa na północ (ryc. 8, 9).

Po określeniu profilu swobodnej powierzchni oraz jej nachyleń przystąpiono do obliczenia prądów za pomocą równań (1.15) i (1.16).

Mapy prądów powierzchniowych i przydennych przedstawiają ryc. 13 i 14.

Omówmy najpierw mapę prądów przedstawioną na ryc. 14, która wskazuje, że prądy przydenne wprowadzają wody słone z Morza Północnego do Bałtyku poprzez Cieśniny Duńskie, a dalej między Bornholmem i Szwecją do Głębi Gdańskiej i Gotlandzkiej. Prędkość prądów przydennych w Bałtyku południowym osiąga maksymalną wartość około 4-5 cm/sek. Jednak ruch wody nie odbywa się w sposób jednokierunkowy. Wokół podstawowego strumienia wód przydennych tworzą się



Ryc. 12. Izolinie zmian poziomu morza
 Fig. 12. Isoline of changes in sea level

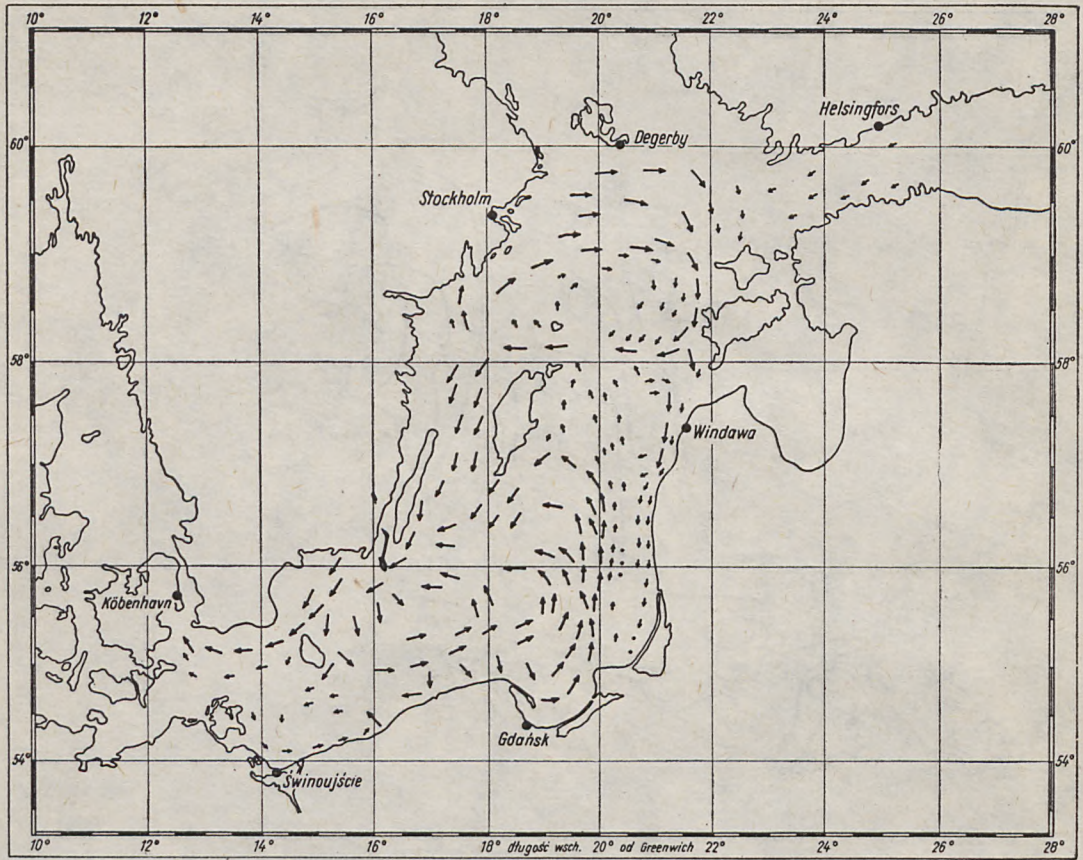
wiry odbiegające często od głównego nurtu. Zwraca uwagę skomplikowana cyrkulacja wokół wysp Bornholmu oraz Gotlandu. Przy tym wydaje się, że wody słone, pochodzące z Morza Północnego, dostają się do zachodnich brzegów Gotlandu z północy.

Ruch wody w rejonach płytszych odbywa się znacznie wolniej, a prędkość jego wynosi około 2 cm/sek.

Ogólnie należy stwierdzić (jak wynika z równań ruchu), że prądy przydenne spełniają warunek styczności do profilu dna, czyli:

$$-w(H) + \frac{\delta H}{\delta x} u + \frac{\delta H}{\delta y} v = 0.$$

Porównując prądy przydenne z mapą prądów powierzchniowych

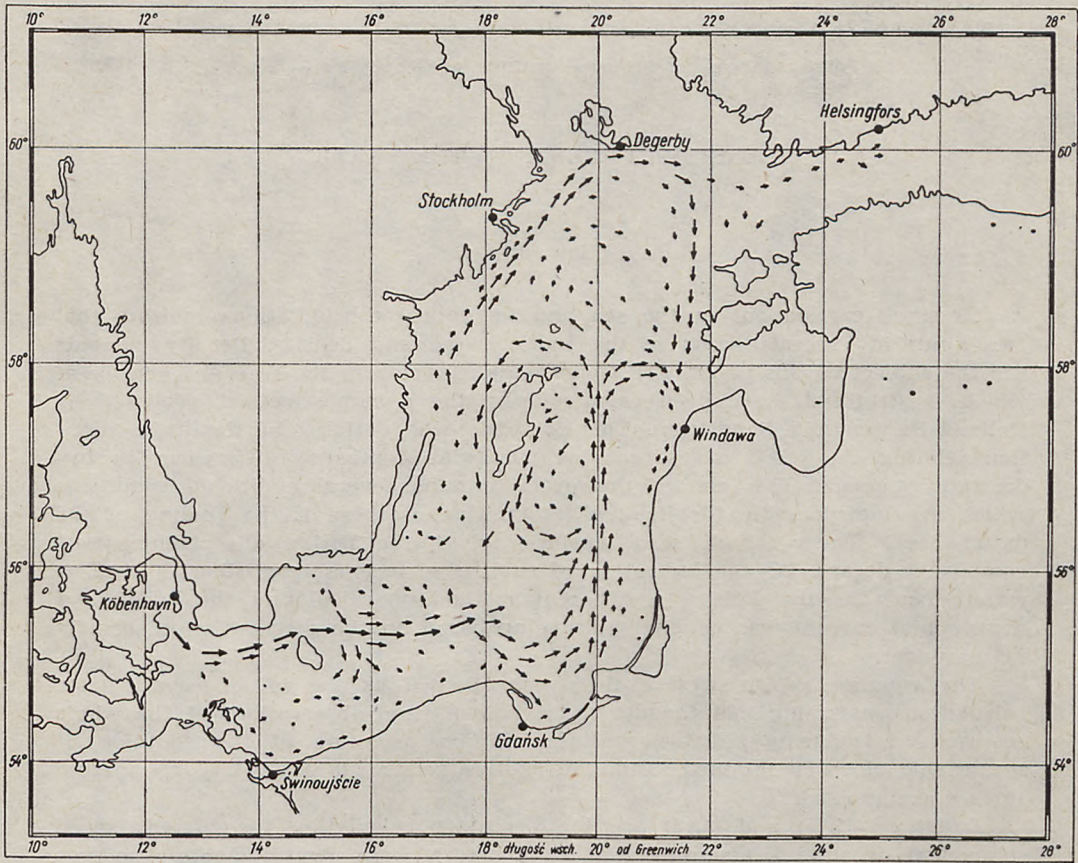


Ryc. 13. Gęstościowe prądy w warstwie powierzchniowej (1954—1968) sierpień
 Fig. 13. Density current in surface layer (1954—1968) August

widzimy, że przepływy te na znacznych przestrzeniach Bałtyku w przybrzeżnej strefie płytkowodnej mają kierunek zgodny.

Prądy powierzchniowe, jak wynika z równań (1.15) i (1.16), są funkcją tylko nachylenia swobodnej powierzchni ($\varphi_z = 0$). Wektor prędkości prądu powierzchniowego \vec{u}_s jest równoległy do linii jednakowego poziomu morza $\zeta = \text{const}$. Ten wynik jest następstwem iloczynu skalarne go wektorów: $\nabla \zeta$ i \vec{u}_s ,
 gdyż:

$$-v \frac{\rho(\zeta)g}{\rho_0 f} \cdot \frac{\delta \zeta}{\delta y} + u \frac{\rho(\zeta)g}{\rho_0 f} \cdot \frac{\delta \zeta}{\delta x} = 0.$$



Ryc. 14. Gęstościowe prądy w warstwie przydennej (1954—1968) sierpień

Fig. 14. Density current in bottom layer (1954—1968) August

Z. KOWALIK
S. TARANOWSKA

Polish Academy of Sciences Institute of Geophysics — Sopot

DENSITY CURRENTS IN THE BALTIC

Summary

Research carried out in the sea and theoretical considerations indicate that two kinds of currents occur in the Baltic: wind and density. Density currents are the subject of this paper. For many years, currents in the seas, the density of which is stratified, have been calculated by the dynamic method proposed by Helland-Hansen and Sandström. This comprises the deriving of the basic equation relating the speed of currents at particular depths to differences in hydrostatic pressure. This method, however, contains several additional conditions which are indispensable for its application. One of these is the finding of the datum level the so-called "zero" surface, where the horizontal current speed component decays. As the indicating of such a surface is impossible in shallow waters (such as the Baltic), a different method of calculating the speed and direction of current was adopted, this being based on the distribution of density in sea water.

The equation of geostrophic flow was adopted as the initial equation for calculations, assuming that the density is known from observations of the whole sea area. Introducing suitable coastal conditions, solution of the equation of geostrophic flow is obtained. Thus difficulties related to indicating the "zero" surface are avoided.

Equations (1.15) and (1.16) are the basis for calculating the current speed component (u and v), assuming that ρ' is known from measurements. The free surface gradient components $\frac{\delta\zeta}{\delta x}$ and $\frac{\delta\zeta}{\delta y}$ as unknown values, are calculated from

the equations of mass transport (2.1) and (2.2), these being reduced to a single equation for the function of mass (transport) equation (2.7) or (4.1).

To explain certain characteristics of the method and certain physical characteristics of currents caused by stratification, the currents have been calculated in two simplified models — the sea with a surface in the shape of a circle and as a rectangle. In these cases, density currents are the resultant of two components: the differences in water density and the gradient of the sea surface.

Density currents in the Baltic have been calculated on the basis of the equation of the mass (transport) function (4.1), in numerical form (4.5). The solution was found by iteration, the concurrence of difference equation (4.5) with differential equation (4.2) is defined in expression (4.6).

After checking the concurrence of the basic equation of the numerical calculations, the constructing of the density distribution in the Baltic was commenced.

For this purpose, observations from 1954—1968 were analyzed, taking August for the compilation, as it was in that month that there were the greatest number of measurements and best distribution over the area of interest.

The method adopted was that of squares, generally used for water areas. All the available source material from the observations mentioned was used, this concerning the temperature and salinity of the sea water, which served to determine the density of the waters in the Baltic.

Basing on the mean density, an analysis was made of density in the surface and demersal layer. To illustrate this better, a chart of water density was drawn, marking out the isopiess, lines connecting similar water densities (Figs. 8 and 9). Relatively well balanced thermic conditions in the water in August result in only slight differences of density in the surface layer over the southern and central Baltic. The situation differs somewhat in the demersal layers. Here there are clearly outlined deeps in which the salty waters from the North Sea which flow through the Danish Straits concentrate, thus causing a much higher density of the water.

Having constructed the density fields, the Baltic currents can be calculated. A grid of numerical computations with $h=10$ Mm was entered. Initially the function of mass transport was calculated on the basis of algorithm (4.5), by iteration method and the current function isolines (Fig. 11) enabled the characterizing of the average direction of movement from the surface to the bottom. This depends upon the following factors: the horizontal density distribution of sea water, the bottom topography and the profile of the coast line.

The next stage in the calculations is the finding of the shape of the free surface of the sea. For this the numerical solution of equation (2.13) is introduced, by expressing the changes in the sea level in all grids of numerical calculations net by means of changes in level of the sea at one point. On solving this equation, we obtain a value which enables the changes in levels of the sea in the remaining grids of numerical calculations grid to be found.

Changes in sea level for the Baltic have been given in Fig. 12, the values being expressed in cm.

On analyzing the results it can be seen that generally speaking, the level of the sea rises from south to north, although certain local deflections have been observed in certain points. The greatest difference between the southern Baltic and the northern part of the central Baltic, is about 10 cm. This is probably related to the decreasing density of the Baltic waters from south to north. After determining the free surface profile and its gradients, the currents were calculated. Surface and demersal currents have been illustrated on charts (Figs. 13 and 14). An analysis of the charts indicates that the main direction of demersal currents is directed from the North Sea to the Baltic through the Danish Straits, then further between Bornholm and Sweden to the Gdańsk and Gotland Deep. The speed of demersal currents in the southern Baltic achieves a maximum of 4–5 cm/sec. The movement of water is not, however, in a single direction, as eddies form around the basic stream of demersal water and often deviate from the main stream. A specially complicated circulation has been noted around Bornholm and Gotland.

Movement of water in shallower regions is much slower, its speed amounting to about 2 cm/sec.

On comparing demersal currents with surface currents, it can be seen that over most of the Baltic the directions are consistent.

The results obtained for the Baltic indicate that currents related to heterogeneous distribution of density are small, therefore a molecule of water travels about 0.5 to 1 year, on average, from the Danish Straits to the Gulf of Finland.

The method adopted for calculating the direction and speed of current appears to be useful, and as results indicate, the general circulation of density currents in the Baltic depends mainly upon: distribution of density, depth, bottom topography and coastline profile.

LITERATURA

REFERENCES

- Atlas für Temperatur, Salzgehalt und Dichte der Nord- und Ostsee*; Hamburg 1927.
- Cooperative Synoptic Investigation of the Baltic 1964*, ICES Oceanographic Data Lists, CIEM, Service Hydrographique, Copenhagen, 1968.
- Defant A. (1961), *Physical Oceanography*, Pergamon Press.
- Deutsche Seewarte, Meereskundliche Beobachtungen auf deutschen Feuerschiffen der Nord und Ostsee*, Hamburg 1924—1942.
- Druet Cz., Kowalik Z. (1970), *Dynamika morza*, Gdańsk.
- Faddejeva V.N., *Computational methods of linear algebra*, Dover Publ. 1959, New York.
- Fonselius S.H. (1968), *Hydrographical observations at Swedish lightships and in the Central Baltic 1965*, Copenhagen.
- Fonselius S.H. (1968), *Hydrographical observations at Swedish lightships and in the Central Baltic 1966*, Copenhagen.
- Fonselius S.H. (1969), *Hydrographie of the Baltic deep basins*, Göteborg.
- Głowińska A. (1967), *Polish observations in the Southern Baltic 1965*, Copenhagen.
- Głowińska A. (1968), *Polish observations in the Southern Baltic 1966—1967*, Copenhagen.
- Godunow S.K., Rabienskij W.S. (1962), *Wwedenije w teoriju raznostnych schem.*, Izd. Fiz. Mat., Moskwa.
- Koroleff F., *Temperature and Salinity at the Fixed Finnish Stations 1954—1966*.
- Leendertse J.J. (1967), *Aspects of a computational model for longperiod water-wave propagation*, Rand Corporation.
- Łomniewski K. (1970), *Stosunki hydrograficzne w Cieśninach Duńskich*, Gdynia.
- Oceanografiske observationer frå danske fyrskibe og kyststationer*, Publ. Danske Meteorol. Inst., Arborg 1967.
- Petersson H.V. (1968), *Zehnjährige Salzgehaltsmessungen im ufernahen Ostgebiet bei Zingst sowie im bodenseitigen Zingsterstrom*, Hamburg.
- Piątek W. (1957), *Zmiany gęstości wody morskiej w Południowym Bałtyku w zależności od temperatury i zasolenia w latach 1949—1954*, Gdynia.
- Piechura J. (1966), *Warstwy skoku gęstości wód Południowego Bałtyku*, Warszawa.
- Rocznik Hydrograficzny Morza Bałtyckiego, 1955—1968.
- Sarkisjan A.S., *O nedostatkach barotropnych modelej okieaničeskoj cirkulacii*, Fiz. Atmosfery i Okeana, t. 5, nr 8, 1969.
- Soskin I.M. (1956), *Mnogoletnije kolebanije solenosti Baltijskogo moria*, Moskwa.

- Soskin I.M. (1963). *Mnogoletnije izmenienija gidrologičeskich charakteristik Baltijskogo moria*, Leningrad.
- Soskin I.M. (1961), *Obščaja charakteristika izmienienija gidrologičeskich uslowii Baltijskogo moria za poslednije diesiatiletie*, Moskwa.
- Temperature and Salinity at the Fixed Finnish Stations Merentutki*, Jul. Hav. Skrift. nr 192, 210, 212, 225, 231, Helsinki.
- Witting R., *Hafsytan, geoidytan och landhöjningen utmed Baltiska hafvet och vid Nordsjön*, Helsingfors 1918, Fenia 39, nr 5.