

BORYS A. SZULAK

Akademia Nauk ZSRR

Instytut Geografii — Moskwa

## Z BADAŃ NAD ODDZIAŁYWANIEM FAL NA PŁASKI BRZEG AKUMULACYJNY

Treść: Tekst główny; Summary; Wykaz oznaczeń; Literatura.

Przeprowadzone eksperymentalne badania oddziaływania fal na płaski brzeg akumulacyjny [1, 2] pozwoliły na uzyskanie poniższych zależności zmian oraz prędkości zmian współrzędnej poziomej linii profilu nadwodnej części skłonu brzegowego<sup>1</sup>:

$$dx \equiv dx_a = \left( \mu \frac{dH}{dt} + \varepsilon \frac{dh}{dt} + \chi \frac{d\lambda}{dt} \right) dt \quad (1)$$

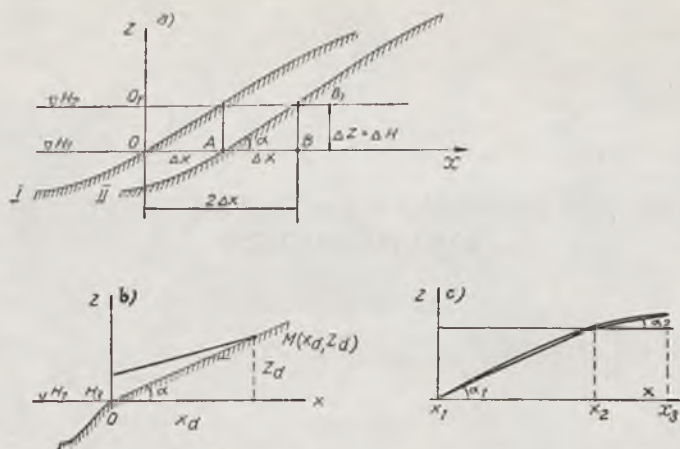
$$\frac{dx}{dt} = \omega_a = \mu \frac{dH}{dt} + \varepsilon \frac{dh}{dt} + \chi \frac{d\lambda}{dt} \quad (2)$$

gdzie:  $dx$  — średnia w pionie zmiana współrzędnej profilu skłonu brzegowego w strefie oddziaływania napływu fali przy rozmywaniu lub akumulacji brzegu,  $H = H(t)$  — poziom wody przy linii brzegowej,  $\lambda = \lambda(t)$  — długość fal i  $h = h(t)$  — wysokość fal przed ich ostatnim załamaniem przy brzegu,  $\frac{dH}{dt}$ ,  $\frac{dh}{dt}$ ,  $\frac{d\lambda}{dt}$  — ich pochodne w czasie,  $\mu$ ,  $\varepsilon$  i  $\chi$  — współczynniki bezwymiarowe, zależne od kąta nachylenia profilu brzegowego  $\alpha$  oraz parametrów fal  $h$  i  $\lambda$ .

Jak podkreślano w pozycjach [1] i [2], wyrażenia (1), (2) były określone tylko jako przybliżone, przede wszystkim z powodu znacznego rozrzutu danych doświadczalnych. Jednakże, jak będzie to wykazane dalej, w rzeczywistości obrazują one ścisły związek fizyczny.

Jak wynika z zależności (1), współrzędna  $x$  profilu brzegowego w wyniku rozmywania lub akumulacji brzegu, które występują przy zmianie poziomu morza  $H$  o wartości  $z = \Delta H$ , zmienia się o wartość  $\Delta x_a \equiv \Delta x$  (ryc. 1a); w tym samym czasie, granica rozdziału „brzeg — morze”, przechodząca po skraju napływu, przemieszcza się o  $\Delta x_b = 2\Delta x_a = 2\Delta x$ .

<sup>1</sup> W prawej części równania zmieniono znaki ze względu na inny kierunek układu współrzędnych (patrz ryc. 1).



Ryc. 1. Schemat strefy napływu: a — Dwa kolejne położenia poziomu wody przy linii brzegowej ( $H_1$  i  $H_2$ ) oraz profile skłonu brzegowego (I i II). Początek układu współrzędnych umieszczono w punkcie O, pokrywającym się z położeniem linii brzegowej w momencie początkowym  $t_0 = 0$ .  $OA = \Delta x = \Delta x_a$  — przesunięcie rzędnej  $x$  punktu profilu ( $z = \text{const.}$ ) w wyniku rozmywania.  $O_1 B_1 = OB = OA + AB = \Delta x + \Delta H \text{ctg } \alpha = 2x = x_b = 2x_a$  — przesunięcie współrzędnej  $x$  granicy strefy napływu w wyniku rozmywania (o wartość  $OA = \Delta x_a$ ) i podniesienia się poziomu  $H$  (o  $\Delta x = \Delta H \text{ctg } \alpha$ ); b — Położenie współrzędnych czoła strefy napływu  $M(x_d, z_d)$  w momencie jego zatrzymania się na skłonie brzegowym.  $H_s$  — głębokość w początkowej fazie napływu (u jego podstawy),  $\alpha$  — kąt skłonu brzegowego w strefie napływu.  $H(t)$  — położenie poziomu wody w momencie  $t$ ; c — aproksymacja linii profilu skłonu brzegowego odcinkami prostej;  $x_1, x_2, x_3$  — granice przedziałów,  $\alpha_1, \alpha_2$  — kierunkowe kąty aproksymacji odcinków. Liczba odcinków i kąty kierunkowe mogą wahać się w szerokim przedziale.

Fig. 1. Schematic diagram of swash zone: a — Two consecutive configurations of water level at shore line ( $H_1$  and  $H_2$ ) and bottom profiles (I and II). The origin of coordinates is located at point O, which coincides with the shore line at the initial time  $t_0 = 0$ .  $OA = \Delta x = \Delta x_a$  — displacement of the profile ordinate  $x$  ( $z = \text{const.}$ ) due to swash.  $O_1 B_1 = OB = OA + AB = \Delta x + \Delta H \text{ctg } \alpha = 2x = x_b = 2x_a$  — displacement of the swash limit co-ordinate  $x$  due to swash (by the value  $OA = \Delta x_a$ ) and rising level  $H$  (by  $\Delta x = \Delta H \text{ctg } \alpha$ ); b — Location of the co-ordinates of swash zone front  $M(x_d, z_d)$  at the time it is arrested at berm.  $H_s$  — depth in the initial swash phase (at its base line),  $\alpha$  — bottom slope in the swash zone,  $H(t)$  — water level at time  $t$ ; c — Rectilinear approximation of bottom profile;  $x_1, x_2, x_3$  — limits of intervals,  $\alpha_1, \alpha_2$  — directional angles of approximation segments. Both amount and directional angles of the segments can vary within wide intervals.

Analogiczne stosunki będą miały miejsce również przy niezależnych zmianach każdej z wielkości  $h$  i  $\lambda$ . W konsekwencji wyrażenie pełnej różniczki  $dx$ , tzn. przesunięcie omówionej powyżej granicy rozdziału i prędkości jej przemieszczenia się ma postać:

$$dx_b = 2 \left( \mu \frac{dH}{dt} + \varepsilon \frac{dh}{dt} + \chi \frac{d\lambda}{dt} \right) dt \quad (1')$$

oraz

$$\frac{dx}{dt} b \equiv \omega_b = 2 \left( \mu \frac{dH}{dt} + \varepsilon \frac{dh}{dt} + \chi \frac{d\lambda}{dt} \right) \quad (2')$$

Przy wybranym kierunku układu współrzędnych procesowi rozmycia ( $H, h, \lambda$  — rosną, a ich pochodne są większe od zera) odpowiada przesunięcie profilu skłonu brzegowego w prawo oraz dodatnia wartość różniczki  $dx$ . W odwrotnym przypadku ( $H, h, \lambda$  — maleją, a ich pochodne są ujemne) profil skłonu brzegowego przesuwa się w lewo, a różniczka  $dx$  będzie ujemna.

Wyrażenia (1) — (2') — w przedstawionej postaci są słuszne dla opisu rozmycia i akumulacji brzegu przy niezbyt dużych wartościach pochodnych  $\frac{dH}{dt}, \frac{dh}{dt}, \frac{d\lambda}{dt}$  oraz dla stosunkowo drobnych cząstek budujących plażę. W tych przypadkach współczynniki  $\mu, \varepsilon, \chi$  są symetryczne względem kierunku przebiegu procesu, tj. akumulacji — rozmywania. Wszystkie wymienione związki nie zawierają dynamicznych charakterystyk mechanizmu przemodelowywania brzegu akumulacyjnego: rozmiaru  $d$  i gęstości  $\rho_T$  cząstek, lepkości  $\nu$  i gęstości  $\rho$  cieczy, przyspieszenia siły ciężkości  $g$  i prędkości potoku napływu  $V$ . Te własności wykrytych prawidłowości wskazują na to, że proces przekształcania brzegu nie jest w danych warunkach bezwładnościowy, lecz „zwyrodniały” względem parametrów dynamicznych.

Tak nieoczekiwany wynik nie powinien jednak wywoływać zdziwienia, ponieważ przy małych wielkościach przyrostów ( $\approx 1 \div 2$  cm/godz.) w procesie oddziaływania fal na brzeg bardzo szybko następuje reżim ustalony (praktycznie — „natychmiast”). Rzeczywiście, przy wielkościach przyrostów  $\approx 1$  cm/godz., w czasie sztormu w ciągu 1 godziny (przy rzeczywistych wielkościach okresu fal przy brzegu —  $\tau = 2,5\text{—}5$  sek), napływ zdąży  $\frac{3600}{\tau} = 700 \div 1500$  razy wbiegać na brzeg. W tym czasie przetwarzana jest warstwa  $x \approx 10$  cm a, w okresie działania jednego napływu  $x \approx 0,14 \div 0,06$  mm, tj. warstwa rzędu rozmiarów poszczególnych ziaren. Przy dużych wartościach pochodnych  $\frac{dH}{dt}, \frac{dh}{dt}, \frac{d\lambda}{dt}$  symetria współczynników  $\mu, \varepsilon, \chi$  w stosunku do kierunku przebiegu procesu przekształcania



brzegu zostaje naruszona i współczynniki te, odpowiadające fazie akumulacji  $\mu = \mu^+$ ,  $\varepsilon = \varepsilon^+$ ,  $\chi = \chi^+$ , zaczynają być mniejsze od współczynników  $\mu = \mu^-$ ,  $\varepsilon = \varepsilon^-$ ,  $\chi = \chi^-$ , odpowiadających fazie rozmywania. We wspomnianych powyżej badaniach [1, 2] uzyskano następujące wartości dla poszczególnych współczynników — dla fazy rozmywania:

$$\mu = \mu^- \approx 5, \quad \varepsilon = \varepsilon^- \approx 5, \quad \chi = \chi^- \approx 0,11 \quad (3)$$

$$\frac{\mu}{\varepsilon} = 1, \quad \frac{\chi}{\varepsilon} = 2,2 \cdot 10^{-2} \quad (3')$$

a dla fazy akumulacji:

$$\mu = \mu^+ \approx 1, \quad \varepsilon = \varepsilon^+ \approx 1,2, \quad \chi = \chi^+ \approx 0,04 \quad (4)$$

i odpowiednio:

$$\frac{\mu}{\varepsilon} = 0,83, \quad \frac{\chi}{\varepsilon} = 3,3 \cdot 10^{-2} \quad (4')$$

Jak łatwo można zauważyć, stosunki jednoimiennych współczynników są sobie równe:

$$\frac{\mu^+}{\mu^-} = \frac{\varepsilon^+}{\varepsilon^-} = \frac{\chi^+}{\chi^-} = \Theta. \quad (5)$$

Symetria przebiegu procesu ( $\Theta = 1$ ) występuje w przedziale wartości przyrostów  $\approx 1 \div 2$  cm/godz. a ze wzrostem wielkości przyrostów do  $\approx 5$  cm/godz.,  $\Theta$  — maleje do 0,2 w wyniku zmniejszenia się wartości  $\mu^+$ ,  $\varepsilon^+$ ,  $\chi^+$ .

W przypadku ziaren grubych, od żwiru do drobnych otoczków, zaburzeniu powinna ulegać nie tylko symetria współczynników. W szukanych zależnościach przestaje również działać „wzwyrodnienie” względem parametrów dynamicznych, a wzory (1) — (2') powinny być zastąpione przez wyrażenia zawierające charakterystyki cząstek i cieczy  $\varrho_T$ ,  $d$ ,  $\varrho$ ,  $v$ ,  $g$ ,  $V$ .

We wzorach (1) — (2') nie wyjaśnione są jeszcze współczynniki  $\mu$ ,  $\varepsilon$ ,  $\chi$ , będące funkcjami kąta nachylenia skłonu brzegowego i parametrów fal.

$$\mu = \mu(\alpha, h, \lambda), \quad \varepsilon = \varepsilon(\alpha, h, \lambda), \quad \chi = \chi(\alpha, h, \lambda) \quad (6)$$

Przejdźmy do ustalenia ich postaci, jak również uzasadnienia możliwości rozpatrzenia wyrażen (1), (2), jako związków fizycznych.

Fakt, że charakterystyki procesu przemodelowywania brzegu oraz parametry fal (sztormu) są powiązane między sobą pochodnymi:

$$\left. \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial t} \right|_{h,\lambda} = f \left( \frac{dH}{dt} \right), \quad \left. \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial t} \right|_{H,\lambda} = f \left( \frac{dh}{dt} \right), \quad \left. \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial t} \right|_{H,h} = f \left( \frac{d\lambda}{dt} \right) \quad (7)$$

co postulowano już przy rozpatrywaniu modelu fizycznego w [3] i przedstawiono doświadczalnie w [1, 2]), pozwala uważać przybliżone wyrażenia

(1), (2) za ścisłe zależności fizyczne oraz wyjaśnić wyrażenia dla współczynników bezwymiarowych  $\mu$ ,  $\varepsilon$ ,  $\chi$ , ...

Napiszmy dla poszukiwanej „niewiadomej” funkcji  $x(t)$

$$x(t) = x(H, h, \lambda, \dots) = x[H(t), h(t), \lambda(t), \dots] \quad (8)$$

wyrażenie na jej całkowitą zmienność w czasie. Ponieważ funkcja  $x(t)$  zależy od czasu poprzez każdy z jej trzech argumentów  $H$ ,  $h$  i  $\lambda$ , uzyskujemy:

$$dx = \frac{dx}{dt} dt = \left( \left| \frac{\partial x}{\partial H} \right|_{h,\lambda} \frac{dH}{dt} + \left| \frac{\partial x}{\partial h} \right|_{H,\lambda} \frac{dh}{dt} + \left| \frac{\partial x}{\partial \lambda} \right|_{H,h} \frac{d\lambda}{dt} \right) dt \quad (9)$$

gdzie poszczególne pochodne cząstkowe  $\left| \frac{\partial x}{\partial H} \right|_{h,\lambda}$ ,  $\left| \frac{\partial x}{\partial h} \right|_{H,\lambda}$ ,  $\left| \frac{\partial x}{\partial \lambda} \right|_{H,h}$  zgodnie ze wzorem (8) są funkcjami parametrów fal i innych wielkości charakterystycznych<sup>2</sup>.

Ponieważ, zgodnie z danymi doświadczalnymi,  $dx$  jest funkcją pochodnych względem czasu, wzory (1), (2) powinny być identyczne z (9). Z jednej strony wskazuje to, że wyrażenia (1), (2) rzeczywiście przedstawiają zależności fizyczne  $dx = \left( \frac{dH}{dt}, \frac{dh}{dt}, \frac{d\lambda}{dt} \right)$ , a drugiej strony istnieje możliwość określenia współczynników  $\mu$ ,  $\varepsilon$ ,  $\chi$ :

$$\mu = \left| \frac{\partial x}{\partial H} \right|_{h,\lambda}, \quad \varepsilon = \left| \frac{\partial x}{\partial h} \right|_{H,\lambda}, \quad \chi = \left| \frac{\partial x}{\partial \lambda} \right|_{H,h} \quad (10)$$

Zgodnie z (8) pochodna cząstkowa  $\frac{\partial x}{\partial H}$  przy niezmiennych  $h$  i  $\lambda$  nie jest niczym innym jak kotangensem kąta stycznej do dowolnego punktu nadwodnej części profilu skłonu brzegowego:

$$\left| \frac{\partial x}{\partial H} \right|_{h,\lambda} = \text{ctg } \alpha \quad (11)$$

Współczynnik  $\mu$  odzwierciedla więc czysto geometryczny związek pomiędzy zmianami pionowych i poziomych elementów profilu skłonu brzegowego i napływu.

Zmiany poziomu  $H$  uwarunkowane są oddziaływaniem wiatru, które jako mechanizm wymaga rozpatrzenia funkcji  $H = H(t)$ . Ponieważ me-

<sup>2</sup> Ostatni z uzyskanych wyników pozwala zrozumieć niezbyt jasną dotąd sprawę znacznego rozrzutu danych eksperymentalnych na wykresach związków:  $\frac{dx}{dt} \sim f\left(\frac{dH}{dt}\right)$ ;  $\frac{dx}{dt} \sim f\left(\frac{dh}{dt}\right)$ ;  $\frac{dx}{dt} \sim f\left(\frac{d\lambda}{dt}\right)$ . Widoczne jest też to, że poza nakładaniem się na każdą z wymienionych zależności czynników statystycznych oraz wpływu zmian pozostałych pochodnych, występuje tu ponadto zależność współczynników od parametrów fal  $\mu = \mu(\alpha, h, \lambda)$ ,  $\varepsilon = \varepsilon(\alpha, h, \lambda)$ ,  $\chi = \chi(\alpha, h, \lambda)$ .

chanizm ten w danym momencie nas nie interesuje, będziemy uważali  $H(t)$  za niezależną „dowolnie” zmieniającą się w czasie funkcję<sup>3</sup>. Wówczas pierwsza składowa w (1) i we wszystkich następnych wzorach będzie zawierać tylko jeden jedyny argument — kąt nachylenia skłonu brzegowego  $\alpha$ , wchodzący we współczynnik  $\mu$ .

Nieco bardziej złożone są wyrażenia dla  $\varepsilon$  i  $\chi$ . Występujące we wzorze (1) współczynniki przy poszczególnych składowych wpływają na przesunięcie  $x$ , uwarunkowane zmianą rozciągłości strefy napływu, będącej funkcją  $h(t)$  i  $\lambda(t)$ . W celu wyjaśnienia wyrażeń (9) i (10) powinniśmy wykorzystać związek rozciągłości napływu i parametrów fal. Związek ten, rozpatrzony w pracy [3], jest następujący:

$$x_d = \frac{h(t)}{2} \left( \frac{3}{2} \frac{\kappa \lambda(t)}{aH_3} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad z_d = \frac{h(t)}{2} \left( \frac{3}{2} \frac{a\kappa \lambda(t)}{H_3} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (12)$$

gdzie:  $x_d, z_d$  — współrzędne czoła napływu (ryc. 1b),  $\kappa$  — część nie rozproszona energii w potoku powstającym po załamaniu fali, przechodzącym na skłonie brzegowym w napływ,  $a = \operatorname{tg} \alpha$ ,  $h(t)$  i  $\lambda(t)$  są to średnie wartości parametrów fal, określone dla poszczególnych serii pomiarowych.

Różniczkując wyrażenie na  $x$  ze wzoru (12) według odpowiednich parametrów ( $h$  i  $\lambda$ ), uzyskujemy zgodnie z (9) i (10):

$$\varepsilon = \left| \frac{\partial x}{\partial h} \right|_{H,\lambda} = \frac{1}{2} \left( \frac{3}{2} \frac{\kappa \lambda(t)}{aH_3} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (13)$$

oraz

$$\chi = \left| \frac{\partial x}{\partial \lambda} \right|_{H,h} = \frac{h(t)}{4} \left( \frac{3}{2} \frac{\kappa}{aH_3 \lambda(t)} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (14)$$

(indeks „d” przy współrzędnej  $x$  opuszczono tutaj dla udogodnienia zapisu).

Celowe wydaje się również porównanie wyników obliczeń  $\mu$ ,  $\varepsilon$  i  $\chi$  (podczas fazy rozmywania), według wzorów (11), (13) i (14) z wartościami uzyskanymi eksperymentalnie [3].

<sup>3</sup> Jest to stwierdzenie niezbyt ściśle. Sumaryczna wielkość spiętrzenia masy wodnej przy brzegu określona jest nie tylko samym spiętrzeniem wiatrowym  $H_{\text{wiat.}}(t)$ . W nim mieści się również: zmiana poziomu spowodowana zmianami ciśnienia barycznego  $H_{\text{bar.}}(t)$ , zmiany związane z falami długimi (wahania długookresowe) rzędu 2–100 minut  $H_{\text{dl.}}(t)$ , jak również zmiany pochodzenia czysto falowego jako wynik wtórny działalności wiatru  $H_{\text{fal.}} = \frac{\pi}{4} h \frac{h}{\lambda}$ , a dla akwenów pływowych, również pływowe wahania poziomu  $H_{\text{plyw.}}(t)$ . Dlatego w przypadku ogólnym  $H(t) = H\Sigma(t) = H_{\text{wiat.}}(t) + H_{\text{bar.}}(t) + H_{\text{dl.}}(t) + H_{\text{fal.}}(t) + H_{\text{plyw.}}(t)$ . Jednakże, ponieważ nie interesuje nas tutaj problem rozkładu  $H$  na składowe, które a priori pozostają niewiadomymi, będziemy uważali  $H(t)$  za niezależną „dowolną” funkcję czasu.



Zgodnie z wykonanymi pomiarami [1, 2], kąt nachylenia nadwodnej części skłonu brzegowego w strefie oddziaływania napływu wynosi 10–12°. W tym przypadku  $\mu$  zgodnie z (8) i (11) wynosi:

$$\mu = \mu^- = \operatorname{ctg} \alpha \approx 5 \quad (15)$$

W celu obliczenia  $\varepsilon$  i  $\chi$  wykorzystujemy średnie wartości parametrów fal [1, 2]  $h = 40$  cm,  $\lambda = 1000$  cm,  $\kappa = 0,2$ ,  $H_3 = 20$  cm i  $a = \operatorname{tg} \alpha = 0,2$ . Otrzymujemy wówczas:

$$\varepsilon = \varepsilon^- = \frac{1}{2} \left( \frac{3}{2} \frac{\kappa \lambda}{a H_3} \right)^{\frac{1}{2}} \approx 4,3 \quad (16)$$

oraz

$$\chi = \chi^- = \frac{h}{4} \left( \frac{3}{2} \frac{\kappa}{a H_3 \lambda} \right)^{\frac{1}{2}} \approx 8,5 \cdot 10^{-2} \quad (17)$$

skąd dla stosunku współczynników  $\frac{\chi}{\varepsilon}$ , który jest proporcjonalny do stromości fali  $\delta$ ,  $\left( \frac{\chi^-}{\varepsilon^-} = \frac{1}{2} \frac{h}{\lambda} = \frac{1}{2} \delta \right)$ , i  $\frac{\mu}{\varepsilon}$ , mamy:

$$\frac{\chi^-}{\varepsilon^-} = 2 \cdot 10^{-2}, \quad \frac{\mu}{\varepsilon} = 1 \quad (17')$$

Porównanie obliczonych wartości z pomierzonymi [2] wykazało dla  $\varepsilon$  i  $\chi$  nieprawdopodobnie dobrą zgodność (dla  $\mu$  zgodność tę należy uważać za zupełnie naturalną). Zgodność ta jest tym bardziej zadziwiająca że: 1. od wyników pomiarów w badaniach terenowych nie należy oczekiwać wysokiej dokładności, 2. same wzory (13) i (14), jak i wzór wyjściowy (12), za pomocą których zostały one uzyskane, są wzorami przybliżonymi, 3. wykorzystane przy porównaniu wartości bezwzględnych  $\varepsilon$  i  $\chi$  wartości liczbowe  $\kappa$  i  $H_3 = H_3(h, \lambda, a, \kappa)$  są niezbyt pewne. W konsekwencji uzyskane wyniki należy prawdopodobnie rozpatrywać nie tylko jako potwierdzenie prawidłowości uzyskanych zależności, ale również jako potwierdzenie stosunkowo wysokiej dokładności uzyskanego materiału eksperymentalnego.

Ponieważ wykazaliśmy, że wyrażenia (1), (2) mają charakter związków fizycznych pomiędzy parametrami procesu przekształcania brzegu i charakterystykami sztormu, wydaje się celowe zapisanie ich w postaci funkcji parametrów fal. Podstawiając (11), (13) i (14) do (1) — (2'), jak również zamieniając w pierwszej składowej  $\operatorname{ctg} \alpha$  na  $\frac{1}{a}$  (dla symetrycznego zapisu wszystkich członów), uzyskujemy ostatecznie:

$$dx_a = \Theta \left[ \frac{1}{a} \frac{dH}{dt} + \frac{1}{2} \left( \frac{2}{3} \frac{\kappa \lambda}{a H_3} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{dh}{dt} + \frac{h}{4} \left( \frac{3}{2} \frac{\kappa}{a H_3 \lambda} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{d\lambda}{dt} \right] dt \quad (18)$$

$$\omega_a = \Theta \left[ \frac{1}{a} \frac{dH}{dt} + \frac{1}{2} \left( \frac{3}{2} \frac{\kappa\lambda}{aH_3} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{dh}{dt} + \frac{h}{4} \left( \frac{3}{2} \frac{\kappa}{aH_3\lambda} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{d\lambda}{dt} \right] \quad (19)$$

$$dx_b = 2 \Theta \left[ \frac{1}{a} \frac{dH}{dt} + \frac{1}{2} \left( \frac{3}{2} \frac{\kappa\lambda}{aH_3} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{dh}{dt} + \frac{h}{4} \left( \frac{3}{2} \frac{\kappa}{aH_3\lambda} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{d\lambda}{dt} \right] dt \quad (18')$$

$$\omega_b = 2 \Theta \left[ \frac{1}{a} \frac{dH}{dt} + \frac{1}{2} \left( \frac{3}{2} \frac{\kappa\lambda}{aH_3} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{dh}{dt} + \frac{h}{4} \left( \frac{3}{2} \frac{\kappa}{aH_3\lambda} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{d\lambda}{dt} \right] \quad (19')$$

Napiszmy jeszcze wyrażenia dla zmian współrzędnej  $x$  w skończonych odcinkach czasu. Zgodnie z (18) i (18') mamy:

$$x_a = \int_0^t \Theta \left[ \frac{1}{a} \frac{dH}{dt} + \frac{1}{2} \left( \frac{3}{2} \frac{\kappa\lambda}{aH_3} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{dh}{dt} + \frac{h}{4} \left( \frac{3}{2} \frac{\kappa}{aH_3\lambda} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{d\lambda}{dt} \right] dt \quad (20)$$

oraz

$$x_b = 2 \int_0^t \Theta \left[ \frac{1}{a} \frac{dH}{dt} + \frac{1}{2} \left( \frac{3}{2} \frac{\kappa\lambda}{aH_3} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{dh}{dt} + \frac{h}{4} \left( \frac{3}{2} \frac{\kappa}{aH_3\lambda} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{d\lambda}{dt} \right] dt \quad (20')$$

Dla umożliwienia praktycznego wykorzystania przedstawionych wzorów konieczne jest wskazanie zakresu ich stosowalności. Wzory (18) — (19') mogą być przydatne dla opisanie zmian elementów profilu nadwodnej części skłonu brzegowego w warunkach wyrównanego (prostoliniowego) przebiegu linii brzegowej o „nieskończonej” rozciągłości, jednorodności reżimu falowego wzdłuż tej linii i braku zauważalnego wpływu prądów wzdłużbrzegowych. Brak uwzględnienia oddziaływania prądów może spowodować, że obliczenia dla celów praktycznych będą silnie obciążone błędami, gdyż udział prądów może być równie duży jak na przykład efekty rozmywania „falowego”. Uwzględnienie prądów jest tym bardziej ważne, że obszar ich oddziaływania przemieszcza się razem z przenikaniem napływu w głąb rozmywanego brzegu, co istotnie może zmienić profil nadwodnej i podwodnej części brzegu.

Wypowiedziane powyżej uwagi dotyczą również wzorów (20) i (20'), w których konieczne jest dodatkowe uwzględnienie zmian kąta nachylenia  $\alpha$  wzdłuż profilu skłonu brzegowego —  $\alpha(x) = \alpha(x, t)$ , poprzez które odzwierciedlane są wszystkie zmiany profilu, związane z oddziaływaniem prądów i napływu, w tej liczbie i redepozycji materiału rozmywanego w dolnej części skłonu. Ponieważ zależność  $\alpha(x)$  występuje w (20) i (20') pod znakiem całki, wyrażenia te są w zasadzie równaniami całkowymi, co znacznie komplikuje przeprowadzenie obliczeń. Jednakże w tych przypadkach (do których należy i nasze zadanie), kiedy szczególna dokładność nie jest wymagana, można uzyskać oceny liczbowe metodami przybliżonymi, na przykład zadając linię profilu funkcją odcinkowo-liniową (ryc. 1c). W tym przypadku wewnątrz każdego odcinkowego przedziału obszaru zmienności



$a_1(x)$  jest wielkością stałą. W naszym przypadku zmienną całkowania jest czas  $t$ , a nie przestrzenna rzędna  $x$ , która wchodzi jako argument w  $\alpha$ . Zasadniczo konieczne więc jest jeszcze przejście od granic przedziałów obszaru  $x$  do granic obszaru  $t$ . Konieczność takiego przejścia  $t_i = \varphi(x_i)$  jednak tu odpada, ponieważ rozciągłość całek i położenie ich granic pozostaje w znacznej mierze dowolna. W ten sposób podział można przeprowadzić od razu na obszary  $t$ , z następnym porównaniem ich w obszarze  $x$  według danych całkowania.

Na zakończenie rozpatrzmy czysto ilustracyjny przykład obliczenia przesunięcia granicy strefy napływu (i prędkości przesunięcia), odpowiadającego rozpatrzonemu mechanizmowi.

Założmy że faza narastania falowania ciągnąca się 100 godzin (4 doby) określa się reżimem:

$$h(t) = h_0 + h(1 - \exp) - \beta t, \quad h_0 = 20 \text{ cm}, \quad h = 20 \text{ cm}, \quad \beta = 0,1 \text{ godz.}^{-1}$$

$$\lambda(t) = \lambda_0 + \lambda(1 - \exp) - \gamma t, \quad \lambda_0 = 500 \text{ cm}, \quad \lambda = 5000 \text{ cm}, \quad \gamma = \beta$$

a poziom  $H$  i kąt nachylenia profilu spełnia kilka warunków (ryc. 1b, c)

$$1. \quad H_1 = H(t) = H_0 + \beta t, \quad \beta = 1 \text{ cm/godz.}$$

$$2. \quad H_2 = H(t) = H_0 + 100(1 - \exp) - \delta t \text{ cm/godz.}, \quad \beta = \lambda$$

oraz

$$1. \quad \alpha_1 = \text{const.} = 5^\circ$$

$$2. \quad \alpha_2 = 11^\circ \text{ w przedziale } x_1 \leq x < x_2 \text{ i } \alpha_2 = 5^\circ \text{ w przedziale } x_2 \leq x \leq x_3$$

a ponadto  $a = 0,2$ ,  $H_3 = 30 \text{ cm}$ ,  $\Theta = 1$ .

Z zadanego reżimu mamy:

$$\frac{dh}{dt} = h_0 \beta e^{-\beta t} = 2e^{-0,1} \text{ cm/godz.}$$

$$\frac{d\lambda}{dt} = \lambda_0 \gamma e^{-\gamma t} = 500 e^{-0,1} \text{ cm/godz.}$$

$$\frac{dH}{dt} 1 = 1 \text{ cm/godz.}, \quad \frac{dH}{dt} 2 = 10 e^{-0,1t} \text{ cm/godz.}$$

$$\varepsilon = \frac{1}{2} \left( \frac{3}{2} \frac{\lambda}{aH_3} \right)^{\frac{1}{2}} = 8 (1,1 - e^{-0,1t})^{\frac{1}{2}}$$

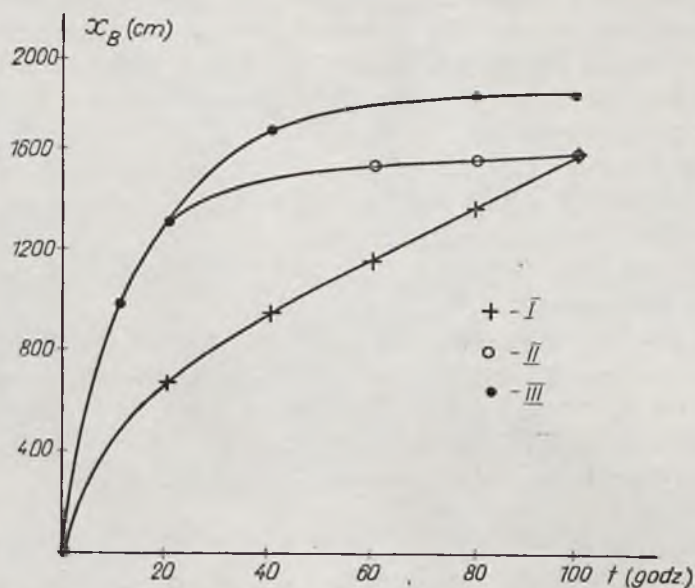
$$\chi = \frac{h}{4} \left( \frac{3}{2} \frac{\lambda}{aH_3} \right)^{\frac{1}{2}} = 1,58 \cdot 10^{-2} \left( \frac{2 - e^{-0,1t}}{(1,1 - e^{-0,1t})^{\frac{1}{2}}} \right).$$

Skąd, zgodnie z (20') dla pierwszego przypadku uzyskujemy:

$$x_b = 10 \int_0^t dt + 32 \int_0^t e^{-0,1t} (1,1 - e^{-0,1t})^{\frac{1}{2}} + 16 \int_0^t \frac{(2 - e^{-0,1t}) e^{-0,1t}}{(1,1 - e^{-0,1t})^{\frac{1}{2}}} dt =$$

$$= I_1 + I_2 + I_3 \quad (21)$$

Obliczone wartości tych całek, jak też całek uzyskanych przy innych założeniach dla  $\alpha$  oraz przebiegu podnoszenia się poziomu H przedstawiono w tabelach 1a, b i na wykresach ryc. 2.



Ryc. 2. Wykresy przesunięcia granicy strefy napływu  $x_b$  w kolejnych momentach czasowych, w fazie rozwoju falowania:

- I. Przy zachowaniu warunku liniowej zmiany poziomu H [ $H(t) \sim t$ ] i niezmienniej wielkości kąta nachylenia skłonu brzegowego ( $\alpha = 11^\circ$ , patrz ryc. 1b),
- II. Przy wykładniczej zmianie poziomu morza H [ $H(t) \sim H(1 - \exp) - \delta t$ ] i stałej wielkości kąta  $\alpha$  ( $\alpha = 11^\circ$ ,
- III. Przy wykładniczej zmianie poziomu H i różnych kątach  $\alpha$  ( $\alpha_1 = 11^\circ$ ,  $\alpha_2 = 5^\circ$ )

Fig. 2. Diagrams of the motion of swash limit  $x_b$  at various times during the development of a storm:

1. In the case of linear variation of the level H [ $H(t) \sim t$ ] and constant slope ( $\alpha = 11^\circ$ , cf. Fig. 1b),
- II. In the case of exponential variation of the level H [ $H(t) \sim H(1 - \exp) - \delta t$ ] and constant angle  $\alpha$  ( $\alpha = 11^\circ$ )
- III. In the case of exponential variation of the level H and various angle  $\alpha$  ( $\alpha_1 = 11^\circ$ ,  $\alpha_2 = 5^\circ$ ).

Zadajmy teraz warunki reżimu dla fazy uspokajania się falowania — fazy stabilizacji można nie analizować, ponieważ w rozpatrywanym przybliżeniu — braku wpływu bezwładności — rozwiązania (18) — (20') spełniają od razu warunek  $x = 0$ , i  $\omega = 0$ .

Tabela 1a

Table 1a

Obliczenia  $x_b$  dla fazy rozwoju falowania przy stałym kącie  $\alpha$  i różnym tempie podnoszenia się poziomu wody

Computations of  $x_b$  for increasing storm waves, constant slope  $\alpha$ , and various rates of water level rise

		$\alpha = 11^\circ$						
x (cm)	t (hours)	0	10	20	40	60	80	100
	$\left\{ \begin{array}{l} I_1(H) \sim \beta t \\ I_1(H) \sim (1 - e^{-\beta t}) \end{array} \right.$	0	100	200	400	600	800	1000
0		630	860	980	998	1000	1000	
$I_2(h)$	0	131	196	234	239	240	241	
$I_3(\lambda)$	0	220	289	325	328	330	331	
$\left\{ \begin{array}{l} x_b = I_{\Sigma} = I_{\Sigma}(\beta t) \\ x_b = I_{\Sigma} = I_{\Sigma} 1 - e^{-\beta t} \end{array} \right.$	0	452	685	959	1167	1370	1572	
	0	982	1345	1470	1567	1570	1572	

Tabela 1b

Table 1b

Obliczenia  $x_b$  dla fazy rozwoju falowania z uwzględnieniem zmiany kąta  $\alpha$ , przy różnym tempie podnoszenia się poziomu wody

Computations of  $x_b$  for increasing storm waves, variable slope  $\alpha$ , and various rates of water level rise

		$\alpha = 11^\circ$				$\alpha = 5^\circ$		
x (cm)	t (hours)	0	10	20	40	60	80	100
	$\left\{ \begin{array}{l} I_1(H) \sim \beta t \\ I_1(H) \sim (1 - e^{-\beta t}) \end{array} \right.$	0	100	200	640	1080	1520	1960
0		630	860	1124	1164	1168	1169	
$I_2(h)$	0	131	196	257	262	263	266	
$I_3(\lambda)$	0	220	289	365	370	371	373	
$\left\{ \begin{array}{l} x_b = I_{\Sigma} = I_{\Sigma}(\beta t) \\ x_b = I_{\Sigma} = I_{\Sigma} 1 - e^{-\beta t} \end{array} \right.$	0	452	685	1262	1712	2154	2599	
	0	986	1345	1746	1796	1802	1808	



Tabela 2a

Table 2a

Obliczenia  $x_b$  dla fazy uspokajania się falowania przy stałym kącie  $\alpha$   
 Computations of  $x_b$  for storm setdown and constant slope  $\alpha$

$\alpha = 11^\circ$							
$x$ (cm) \ t (hours)	100	80	60	40	20	10	0
$I_1$ (H)	-1000	-800	-600	-400	-200	-100	0
$I_2$ (h)	-242	-241	-240	-239	-222	-178	0
$I_3$ ( $\lambda$ )	-332	-331	-328	-320	-271	-192	0
$x_b = I_\Sigma$	-1574	-1372	-1168	-959	-693	-470	0

Tabela 2b

Table 2b

Obliczenia  $x_b$  dla fazy uspokajania się falowania przy różnych kątach  $\alpha$   
 Computations of  $x_b$  for storm setdown and various angles  $\alpha$

$\alpha = 30^\circ$				$\alpha = 11^\circ$			
$x$ (cm) \ t (hours)	100	80	60	40	20	10	0
$I_1$ (H)	-406	-338	-270	-202	-134	-100	0
$I_2$ (h)	-187	-187	-187	-187	-186	-178	0
$I_3$ ( $\lambda$ )	-259	-259	-258	-253	-229	-192	0
$x_b = I_\Sigma$	-852	-784	-715	-642	-549	-470	0

Tabela 3a

Table 3a

Obliczenia prędkości przesuwania strefy napływu  $\omega_b$  w fazie rozwoju falowania przy stałej wielkości kąta  $\alpha$  i różnym tempie podnoszenia się poziomu wody  
 Computations of the swash zone motion rate  $\omega_b$  during storm intensification phase, for constant angle  $\alpha$ , and various rates of water level rise

$\alpha = 11^\circ$							
$\omega$ (cm/hours) \ t (hours)	0	10	20	40	60	80	100
$\omega_b$ (H) $\sim \beta t$	10,0	10,0	10,0	10,00	10,00	10,00	10
$\omega_b$ (H) $\sim (1-e^{-\beta t})$	100,0	37,0	14,0	2,00	0,20	0,03	0
$\omega_b$ (h)	10,0	11,7	4,4	0,66	0,07	0,01	0
$\omega_b$ ( $\lambda$ )	36,5	5,0	2,0	0,30	0,03	0,004	0
$\omega_\Sigma$ $\left\{ \begin{array}{l} \sim \beta t \\ \sim (1-e^{-\beta t}) \end{array} \right.$	56,5	26,7	16,3	11,0	10,0	10,00	10
	146,5	53,7	20,3	2,9	0,3	0,04	0

Tabela 3b  
Table 3b

Obliczenia prędkości przesuwania strefy napływu  $\omega_b$  w fazie rozwoju falowania przy różnych kątach  $\alpha$  i różnym tempie podnoszenia się poziomu wody  
Computations of the swash zone motion rate  $\omega_b$  during storm intensification phase, for various angles  $\alpha$ , and various rates of water level rise

		$\alpha = 11^\circ$				$\alpha = 5^\circ$		
$t$ (hours)		0	10	20	40	60	80	100
$\omega_b$ (cm/hours)								
$\omega_b$ (H) $\sim \beta t$		10,0	10,0	22,0	22,0	22,00	22,00	22
$\omega_b$ (H) $\sim (1-e^{-\beta t})$		100,0	37,0	21,0	3,0	0,30	0,04	0
$\omega_b$ (h)		10,0	11,7	6,4	1,0	0,10	0,01	0
$\omega_b$ ( $\lambda$ )		36,5	5,0	2,8	0,4	0,05	0,006	0
$\omega_\Sigma$	$\sim \beta t$	56,5	26,7	32,0	23,4	22,50	22,06	22
	$\sim (1-e^{-\beta t})$	146,5	53,7	29,8	4,4	0,44	0,06	0

Tabela 3c  
Table 3c

Obliczenia prędkości przesunięcia strefy napływu  $\omega_b$  w fazie uspokajania falowania przy różnych kątach  $\alpha$  i różnym tempie opadania poziomu wody  
Computations of the swash zone motion rate  $\omega_b$ , during storm setdown phase, for various angles  $\alpha$  and various rates of water level rise

		$\alpha = 11^\circ$				$\alpha = 5^\circ$		
$t$ (hours)		100	80	60	40	20	10	0
$\omega_b$ (cm/hour)								
$\omega_b$ (H) $\sim \beta t$		-10	-10,00	-10,00	-10,0	-22,0	-22,0	-22,0
$\omega_b$ (H) $\sim (1-e^{-\beta t})$		0	-0,03	-0,20	-2,0	-31,0	-81,0	-222,0
$\omega_b$ (h)		0	-0,003	-0,02	-0,2	-3,6	-13,2	-51,8
$\omega_b$ ( $\lambda$ )		0	-0,007	-0,05	-0,4	-3,4	-7,7	-20,0
$\omega_\Sigma$	$\sim \beta t$	-10	-10,00	-10,1	-10,6	-29	-43	-94
	$\sim (1-e^{-\beta t})$	0	-0,04	-0,3	-2,6	-38	-103	-294

Założmy, że dla fazy uspokajania się falowania, trwającej również 100 godzin, będziemy mieć:

$$h(t) = h_0 + he^{-\beta t} = 20(1 + e^{-1,0t}) \text{ cm}, \beta = \gamma = \delta = 0,1 \text{ godz.}^{-1}$$

$$\lambda(t) = 5000(0,1t + e^{-\gamma t}) \text{ cm}$$

$$H_1(t) = H_0 + 100 - \beta t \text{ cm}, \beta = 1 \text{ cm/godz.}$$

$$H_2(t) = H_0 + 100(1 + e^{-0,1t}) \text{ cm}$$

$$\alpha_1 = \text{const.} = 11^\circ, \alpha_2 = 11^\circ \text{ w przedziale } x_1 \leq x < x_2$$

$$\alpha_2 = 5^\circ \text{ w przedziale } x_2 \leq x \leq x_3$$

przy tych samych wartościach pozostałych wielkości, a mianowicie:

$$\frac{dh}{dt} = -2 e^{-0,1t} \text{ cm/godz.}$$

$$\frac{d\lambda}{dt} = -500 e^{-0,1t} \text{ cm/godz.}$$

$$\frac{dH_1}{dt} = -1 \text{ cm/godz.}, \quad \frac{dH_2}{dt} = -10 e^{-0,1t} \text{ cm/godz.}$$

$$\varepsilon = \frac{1}{2} \left( \frac{3}{2} \frac{\alpha \lambda}{aH_3} \right)^{\frac{1}{2}} = 8 (0,1 + e^{-0,1t})^{\frac{1}{2}}$$

$$\chi = \frac{h}{4} \left( \frac{3}{2} \frac{\alpha}{aH_3 \lambda} \right)^{\frac{1}{2}} = 1,5 \cdot 10^{-2} (1 + e^{-0,1t}) \frac{1}{(0,1 + e^{-0,1t})^{\frac{1}{2}}}$$

Stąd dla warunków analogicznych do obliczeń (21) uzyskujemy:

$$\begin{aligned} x_b &= -10 \int_0^t dt - 32 \int_0^t (0,1 + e^{-0,1t})^{\frac{1}{2}} e^{0,1t} dt - 16 \int_0^t \frac{(1 + e^{-0,1t}) e^{-0,1t}}{(0,1 + e^{-0,1t})^{\frac{1}{2}}} dt = \\ &= I_1 + I_2 + I_3 \end{aligned} \quad (22)$$

Wyniki obliczeń całek dla fazy uspokajania się falowania przedstawiono w tabelach 2a, b.

Przejdźmy teraz do obliczeń prędkości przesunięcia granicy strefy napływu. Wykorzystując dane przytoczone powyżej dla obu faz falowania, uzyskamy przy tych samych warunkach dla H i  $\alpha$ :

1. dla fazy rozwoju falowania:

$$\begin{aligned} \omega_b &= 10 + 32 e^{-0,1t} (1,1 - e^{-0,1t})^{\frac{1}{2}} + 7,07 \frac{e^{-0,1t} (2 - e^{-0,1t})}{(1,1 - e^{-0,1t})^{\frac{1}{2}}} = \\ &= \omega_1(H) + \omega_2(h) + \omega_3(\lambda) \end{aligned} \quad (23)$$

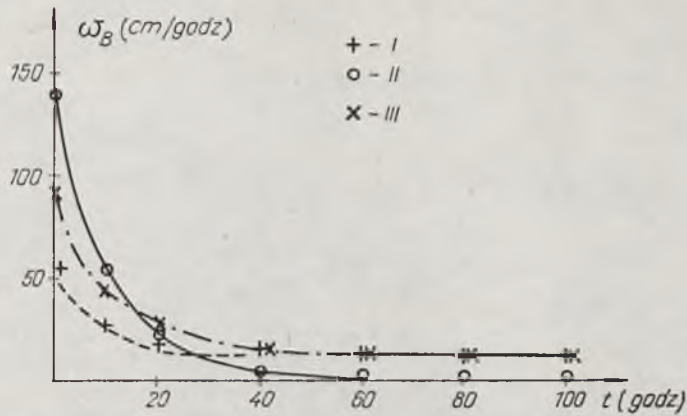
2. dla fazy uspokajania się falowania:

$$\begin{aligned} \omega_b &= -10 - 32 e^{-0,1t} (0,1 + e^{-0,1t})^{\frac{1}{2}} - 7,07 \frac{e^{-0,1t} (1 + e^{-0,1t})}{(0,1 + e^{-0,1t})^{\frac{1}{2}}} = \\ &= \omega_1(H) + \omega_2(h) + \omega_3(\lambda) \end{aligned} \quad (24)$$

Dane obliczeń  $\omega_b$  dla wszystkich warunków zmian H i  $\alpha$  przedstawiono w tabelach 3a, b, c i na wykresach ryc. 3.

Jak widać z przedstawionego materiału, udział każdego ze wzorów składowych dla  $x_b$  i  $\omega_b$  zależy od prawa zmian parametrów H, h i  $\lambda$ , jak również od zmian kąta nachylenia profilu skłonu brzegowego  $\alpha(x)$ . Dla celów praktycznych należy więc szczegółowo uwzględnić specyfikę zmian wszystkich parametrów sztormu w czasie.





Ryc. 3. Wykresy prędkości przesunięcia granicy strefy napływu:

- I. Przy liniowej zmianie poziomu i niezmienniej wielkości kąta  $\alpha$  ( $\alpha = 11^\circ$ ),
  - II. Przy wykładniczej zmianie poziomu H i niezmienniej wielkości kąta  $\alpha$ ,
  - III. Przy liniowej zmianie poziomu H i uwzględnieniu zmian kąta  $\alpha$  ( $\alpha_1 = 11^\circ$ ,  $\alpha_2 = 5^\circ$ )
- Wykresy I, II — dla fazy rozwoju falowania, wykres III — dla fazy uspokajania się falowania.

Fig. 3. Diagrams of the rate of swash limit motion:

- I. In the case of linear variation of level and constant angle  $\alpha$  ( $\alpha = 11^\circ$ ),
- II. In the case of exponential variation of level H and constant angles  $\alpha$ ,
- III. In the case of linear variation of level H and various angles  $\alpha$  ( $\alpha_1 = 11^\circ$ ,  $\alpha_2 = 5^\circ$ ).

Diagrams I and II illustrate the storm intensification phase, while diagram III refers to storm setdown.

Własności uzyskanych związków dają się wystarczająco jasno prześledzić z danych liczbowych podanych w tabelach oraz na wykresach; nie wymagają one dodatkowych wyjaśnień.

BORYS A. SHULYAK

Academy of Sciences ZSRR

Department of Geography — Moscow

### WAVE ACTION ON A FLAT ACCRETION BEACH

#### Summary

A theoretical basis for the quantitative estimation of the effect of the waves and sea bed slope on shore line variation is presented. The dimensionless coefficients  $\mu$ ,  $\varepsilon$ , and  $\chi$ , having been used ever since previous experimental studies of beach changes during storms, are now analyzed more thoroughly and the following relationship is given:

$$\mu = \left. \frac{\partial x}{\partial H} \right|_{h,\lambda} = \operatorname{ctg} \alpha$$

The coefficient  $\mu$  reflects the purely geometrical correlation between the vertical, as well as horizontal elements of sea bed slope and swash.

The relationships for the coefficients  $\varepsilon$  and  $\chi$  are more complex:

$$\varepsilon = \left. \frac{\partial x}{\partial h} \right|_{H,\lambda} = \frac{1}{2} \left( \frac{3}{2} \frac{\chi \lambda(t)}{a H_3} \right)^{1/2}$$

$$\chi = \left. \frac{\partial x}{\partial \lambda} \right|_{H,h} = \frac{h(t)}{4} \left( \frac{3}{2} \frac{\chi}{a H_3 \lambda(t)} \right)^{1/2}$$

It has been shown that the changes in the location of shore line and their rates can be presented as regular physical relationships between the parameters of beach transformation processes and storm characteristics.

The expressions for changes in  $x$  through finite time intervals read:

$$x_a = \int_0^t \Theta \left[ \frac{1}{a} \frac{dH}{dt} + \frac{1}{2} \left( \frac{3}{2} \frac{\chi \lambda}{a H_3} \right)^{1/2} \frac{dh}{dt} + \frac{h}{4} \left( \frac{3}{2} \frac{\chi}{a H_3 \lambda} \right)^{1/2} \frac{d\lambda}{dt} \right] dt$$

$$x_b = 2 \int_0^t \Theta \left[ \frac{1}{a} \frac{dH}{dt} + \frac{1}{2} \left( \frac{3}{2} \frac{\chi \lambda}{a H_3} \right)^{1/2} \frac{dh}{dt} + \frac{h}{4} \left( \frac{3}{2} \frac{\chi}{a H_3 \lambda} \right)^{1/2} \frac{d\lambda}{dt} \right] dt$$

The formulae presented in this study can be used in practical applications. They hold true for shore line changes in the case of negligible longshore currents and uniform shore configuration.

The paper also contains example of the computations of swash zone limits and the rate of their variation for conditions assumed within the model considered herein.

## WYKAZ OZNACZEŃ

## LIST OF NOTATIONS

- H — położenie poziomu wody przy linii brzegowej  
water depths at shore line
- H<sub>0</sub> — głębokość w początkowej fazie napływu  
water depth in the initial swash phase
- a — współczynnik kątowy profilu plaży ( $a = \operatorname{tg} \alpha$ )  
angular coefficient of beach profile ( $a = \operatorname{tg} \alpha$ )
- d — średnica cząstek  
sediment diameter
- g — przyspieszenie ziemskie  
acceleration due to gravity
- h — wysokość fali  
wave height
- t — czas  
time
- V — prędkość napływu  
swash rate
- x<sub>a</sub> — współrzędna pozioma położenia linii profilu nadwodnej części skłonu brzegowego  
horizontal co-ordinate of the dry section of the swash zone
- x<sub>b</sub> — współrzędna pozioma zmian położenia granicy rozdziału „brzeg-morze” (linii brzegowej)  
horizontal co-ordinate of the variable sea-shore interface (shore line)
- x<sub>d</sub>, z<sub>d</sub> — współrzędne czoła napływu  
coordinates of swash front
- ω<sub>a</sub> — prędkość zmian położenia profilu nadwodnej części skłonu brzegowego  
rate of changes in the location of the dry section of the swash zone
- ω<sub>b</sub> — prędkość przesunięcia linii brzegowej w wyniku zmian poziomu morza  
shore line variation rate due to changes in sea water level
- λ — długość fali  
wave length
- τ — okres fali  
wave period
- δ — stromość fali  $\left(\frac{h}{\lambda}\right)$   
wave steepness  $\left(\frac{h}{\lambda}\right)$
- α — kąt nachylenia skłonu brzegowego  
sea bed slope
- μ, ε, χ — współczynniki bezwymiarowe, zależne od kąta α i parametrów fal  
dimensionless coefficients, dependent on angle α, and wave parameters
- Θ — stosunki jednoimiennych współczynników bezwymiarowych  
ratios of similar dimensionless coefficients
- κ — część nie rozproszonej energii w potoku powstającym po załamaniu fali, przechodzącej na skłonie brzegowym w napływ  
portion of undissipated energy in the flow induced by wave breaking and transformed into swash energy.



- $\rho_T$  — gęstość cząstek  
density of sediment
- $\rho$  — gęstość cieczy  
density of water
- $\nu$  — lepkość cieczy  
kinematic viscosity of water

## LITERATURA

## REFERENCES

1. Musielak S., Szulak B.A., Tabaczko W.S., *Z badań nad mechanizmem powstawania akumulacyjnego brzegu morskiego*, Oceanologia, nr 4, 1975.
2. Musielak S., *Procesy litodynamiczne w strefie przyboju*, Oceanologia, nr 8, 1978.
3. Szulak B.A., Bołdyriew W.L., *K woprosu o formowaniu bieriegowego wała*, Okieanologija, nr 1, t. VI, 1966.
4. Szulak B.A., *Ocena parametrów napływu fali na skłon brzegowy po jej załamaniu*. Oceanologia, nr 8, 1978.

BORYS A. SZULAK

Akademia Nauk ZSRR

Instytut Geografii — Moskwa

## OCENA PARAMETRÓW NAPŁYWU FALI NA SKŁON BRZEGOWY PO JEJ ZAŁAMANIU

Treść: Tekst główny; Summary; Wykaz oznaczeń.

Zadanie dotyczące określenia rozprzestrzeniania się fal na skłonie brzegowym i ich deformacji jest interesujące nie tylko z teoretycznego punktu widzenia. Ma ono również duże znaczenie praktyczne, jak na przykład przy rozwiązywaniu problemów związanych z dynamiką procesów brzegowych. Jednakże mimo swej aktualności zadanie to do czasów obecnych nie zostało rozwiązane głównie z powodu dużych trudności technicznych, związanych z nieliniową postacią równań ruchu i warunków granicznych, a także ich nieciągłością w przypadku deformacji fal załamujących się, przechodzących w płaski, równoległy potok napływu.

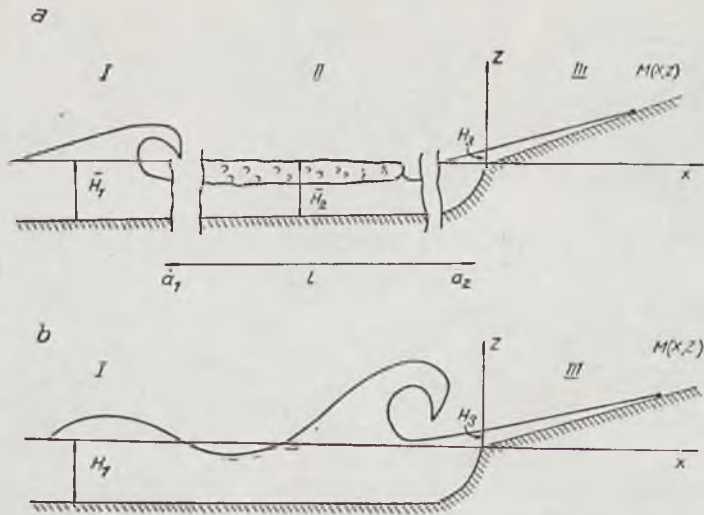
Zaden z problemów dotyczących dynamiki procesów strefy brzegowej nie może być rozwiązany bez uwzględnienia parametrów napływu powstającego po załamaniu fali. Dlatego też celowe wydaje się poszukiwanie rozwiązania przybliżonego, z wykorzystaniem równania zachowania energii uzupełnionym dodatkowymi informacjami z ogólnych rozważań i danych obserwacyjnych.

Takie podejście wyklucza oczywiście możliwość pełnego i całkowitego opisu ruchu potoków, jednakże przy umiejętnym wykorzystaniu pozwala bez trudu na uzyskanie zależności dla szeregu głównych charakterystycznych wielkości ruchu.

Na początku rozpatrzmy w ogólnej postaci zadanie płaskie dotyczące załamania fal przed filtrującym stokiem brzegowym i przejścia ruchu falowego cieczy w nieustabilizowany potok płaski, kończący się napływem na nadwodnej części brzegu (ryc. 1).

Przyjmijmy:

1. Fala o parametrach: wysokości  $h$ , okresie  $\tau$ , długości  $\lambda$ , i prędkości fazowej  $C$ , rozprzestrzeniania się na powierzchni cieczy o głębokości  $H$ , z lewa na prawo z obszaru I w kierunku obszaru III. Załamanie fali odbywa się w okolicy punktu  $a_1$ , na prawo od którego powstaje płaski nieustabilizowany potok o prędkości  $u_2(x, z, t)$ , i głębokości  $H_2(x, t)$ , a w pobliżu



Ryc.. Schemat nabiegania napływów na skłon brzegowy po ostatnim załamaniu fali (objaśnienia symboli w tekście artykułu)

Fig. 1. Schematic diagram of swash development after ultimate wave breaking (notations are given in the paper)

punktu  $a_2$  potok ten przechodzi w napływ (obszar III), mający parametry  $u_3(x, z, t)$ ,  $H_3(x, t)$ , o równaniu swobodnej powierzchni  $\zeta = \zeta(x, t)$ , i przemieszczający się w górę po skłonie brzegowym do momentu całkowitego zatrzymania się. Z uwagi na złożony związek parametrów tych potoków trudno jest ustalić ich zależność dla dowolnego odcinka czasu. Jednakże dla pewnych charakterystycznych momentów czasowych współzależności energetyczne mogą w sposób prosty wiązać główne parametry tych potoków.

2. Charakter załamania fal zależy od wielkości kąta nachylenia podwodnego skłonu brzegowego i samych parametrów fal. Nabieganie napływów na skłon brzegowy może być poprzedzone jednorazowym lub wielokrotnym załamaniem grzbietów fal. Ponadto ostatniemu załamaniu fal może towarzyszyć ruch potoku w postaci boru przed nabieganiem na skłon brzegowy (patrz ryc. 1a) lub może on przechodzić bezpośrednio w napływ (ryc. 1b). Nie wnikając w przyczyny różnego rodzaju ruchu, wydzielmy te dwa charakterystyczne przypadki w celu oddzielnego ich rozpatrzenia.

3. Straty energii na pulsacje turbulentyne podczas załamania potoku falowego i straty filtracyjne będą uwzględniane tylko sumarycznie — poprzez współczynniki dysypacji  $\kappa^*$  i odpowiednio  $\kappa_1^*$  lub odwrotnie w stosunku do nich współczynniki energii nierozproszonej:  $\kappa = 1 - \kappa^*$  i  $\kappa_1 = 1 - \kappa_1^*$ .



4. Parametry potoków we wszystkich trzech obszarach są funkcjami czasu, jednakże ze względu na to, że stopień tych zależności jest różny, będziemy uważać, że w obszarze II można ich nie uwzględniać (w porównaniu z obszarem III), tzn. możemy napisać że:  $u_2(x, z, t) = \bar{u}_2 H_2(x, t) = \bar{H}_2 \simeq \bar{H}_1$ , ale dla obszaru III będziemy rozpatrywać zarówno wielkości uśrednione, jak i zależne od czasu:  $V_3(x, t)$  itd.

5. Przy załamaniu fali będziemy uważać, że tylko część energii fali, a mianowicie część znajdująca się pod jej grzbietem, tj.  $\frac{1}{2} E_1$ , jest przekształcona w energię ruchu płaskiego potoku równoległego.

W przypadku ogólnym z warunku zachowania energii i pędu dla załamującej się fali i płasko skierowanego potoku (ryc. 1a) mamy:

$$\frac{\rho}{\tau} \int_0^{\tau} \int_{-H_1}^{\zeta} \int_0^{\lambda} v(x, z, t) dx dz dt = \rho \int_0^l \int_{-H_1}^0 u_2 dx dz \quad (1)$$

Całka po lewej stronie w (1) daje uśrednioną po okresie (lub długości) fali wielkość pędu w objętości  $\lambda \bar{H}_1$  obszaru I, a prawa — wielkość pędu w potoku napływu o rozciągłości  $l$  i objętości  $l \bar{H}_2 \simeq l \bar{H}_1$ .

Z warunku zachowania energii przy przejściu potoku w obszar II (ryc. 1 a) lub bezpośrednio w obszar III, kiedy  $l \rightarrow 0$  (ryc. 1 b), mamy w pierwszym przypadku:

$$\frac{1}{2} \kappa E_1 = \frac{\rho \kappa}{\tau} \int_0^{\tau} \int_{-H_1}^{\zeta} \int_0^{\lambda} V^2(x, z, t) dx dz dt = \frac{\rho}{2} \int_0^l \int_{-H_1}^0 \bar{u}_2^2 dx dz \quad (2)$$

i odpowiednio w drugim:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \kappa E_1 = \frac{\kappa \rho}{\tau} \int_0^{\tau} \int_{-H_1}^{\zeta} \int_0^{\lambda} V^2(x, z, t) dx dz dt = \frac{\rho}{2} \int_0^{x_d(t)} \int_{z_1}^{z_3(t)} V_3(x, z, t) dx dz + \\ + \rho g \int_0^{x_d(t)} \int_{z_1}^{z_3(t)} Z dx dz \end{aligned} \quad (2')$$

gdzie całka z lewej strony przedstawia uśrednioną energię fali  $E_1 = \frac{1}{8} \rho g h^2 \lambda$ , a całka z prawej strony — energię kinetyczną  $E_3^K$  i potencjalną  $E_3^P$  napływu w dowolnych momentach czasu  $t$ .

W ostatnim równaniu  $V_3$ , a także przedziały całkowania  $x_d(t)$  i  $z_3(t)$  są funkcjami czasu. Dlatego też wykorzystanie (2') do określenia szukanych wielkości jest bardzo złożone. Jednakże w pewnych charakterystycznych momentach czasowych, jak na przykład przy  $t = t_0$ , który odpo-

wiada początkowi nabiegania potoku napływu na skłon brzegowy, lub  $t = t_1$ , odpowiadający całkowitemu zatrzymaniu napływu na plaży,  $E_3^P$  i  $E_3^K$  stają się odpowiednio zerem. W konsekwencji mamy:

a) przy  $t = t_1$

$$\frac{1}{2} \kappa E_1 \equiv \frac{\kappa}{2} \frac{\rho g h^2 \lambda}{8} = \rho g \int_0^{x_d} \int_{z_1}^{z_2} Z dx dz \quad (2'')$$

b) przy  $t = t_0$

$$\frac{1}{2} \kappa E_1 = \frac{\rho}{2} \bar{u}_3^2 \int_0^{x_d} \int_{z_1}^{z_2} dx dz \quad (2''')$$

gdzie:  $\bar{u}_3 = V_3(x_0, t)$  — średnia prędkość, z którą objętość cieczy  $\Omega$  przechodzi przez przekrój  $x_0 = 0$ ;  $t_0 < t \leq t_1$ ;  $\Omega = \iint dx dz$  i  $x_d$  — rzędna najwyższego punktu, do którego dochodzi napływ.

Równanie linii skłonu brzegowego, po którym porusza się napływ, może być określone niezależnie od charakterystyk napływu i ogólnie mówiąc — czasu <sup>1</sup>:

$$z_1 = f_1(x, t) = f_1(x) \quad (3)$$

Dla równania swobodnej powierzchni taka aproksymacja jest niemożliwa — jest ono funkcją parametrów fal (energii), profilu skłonu brzegowego i czasu:

$$\zeta = z_3 = f_2(E_1, \kappa, z_1, t, \dots) \quad (4)$$

W przypadku gdy funkcje  $f_1$  i  $f_2$  są ustalone, możliwe jest określenie jednej z głównych poszukiwanych charakterystyk — rzędnej punktu  $M(x_d, z_d)$ :

$$x_d = f_4(f_1, f_2) \quad (5)$$

$$z_d = f_5(f_1, f_2) \quad (6)$$

Łączne wykorzystanie warunków (2) — (6) pozwala na uzyskanie wyrażenia również dla innych parametrów napływu. Zasadnicza trudność zadania polega na odpowiednim doborze przybliżonych wartości dla  $f_1$  i  $f_2$ .

W celu zilustrowania drogi rozwiązania rozpatrywanego zadania zatrzymamy się na szczególnym przypadku załamania się fal przed skłonem brzegowym, kiedy potok falowy po załamaniu się fali od razu przechodzi w napływ (obszar III, ryc. 1b).

W tym przypadku nie można wykorzystać równania (1), pozostaje nam jedynie wykorzystanie systemu (2) — (4).

<sup>1</sup> Jest to niewątpliwie słuszne w przypadku rozwiązywanego zadania, a niesłuszne w przypadku zadania dotyczącego dynamiki brzegu.

Wprowadźmy kartezjański system współrzędnych zgodnie z ryc. 1b i przedstawmy równanie (3) funkcją liniową:

$$z_1 = f_1(x) = a, x \quad (7)$$

w której dla przeciętych warunków  $a \cong 0,2$ .

Z uwagi na niewielką wartość nachylenia skłonu brzegowego równa nie powierzchni napływu można przedstawić również w przybliżeniu liniowym:

$$\zeta = f_2(x, t) = b(E_1, t, \dots) a, x + H_3(E_1, t, \dots) \quad (8)$$

które dla momentu czasu  $t = t_1$  będą odpowiadać maksymalnemu zasięgowi napływu o zaznaczonych wartościach  $b$  i  $H_3$ :

$$\zeta = b a x + H_3 \quad (8')$$

Warunki graniczne (8') i (7) określają rzędne punktów  $M(t)$  poruszającego się frontu napływu w dowolnych momentach czasowych, a przy  $t < t_1$  — górną granicę nabiegania napływu na skłon brzegowy:

$$x(t) = \frac{H_3(t)}{a[1 - b(t)]} \quad (9)$$

$$z(t) = \frac{H_3(t)}{1 - b(t)} \quad (10)$$

oraz

$$x_d = x(t_1) = \frac{H_3}{a(1 - b)} \quad (9')$$

$$z_d = z(t_1) = \frac{H_3}{1 - b}$$

W wyrażeniach tych pozostają nie określone wielkości  $b(t, \dots)$  i  $H_3(t, \dots)$ . Obie te wielkości mogłyby być określone, gdyby poza równaniem energii można było napisać równanie dla objętości cieczy przepływającej z obszaru I (ryc. 1b) do obszaru III. Ponieważ w niniejszej pracy nie rozpatrujemy tego zagadnienia, ograniczmy się jedynie do określenia wielkości  $b$  z warunku zachowania energii. Dla momentu  $t = t_1$  energia kinetyczna w momencie zatrzymania się potoku napływu jest równa zeru, dlatego z (2'') mamy:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \times \frac{g \varrho h^2 \lambda}{8} &= \varrho g \int_0^{x_d} \int_{z_1}^{z_2} z \, dx \, dz = \\ &= \frac{1}{2} \varrho g \left( \frac{a^2 b^2 x^3}{3} d + abx_d^2 H_3 + x_d H_3^2 - \frac{a^2 x^3}{3} d \right) \quad (11) \end{aligned}$$



lub z uwzględnieniem (9'):

$$\frac{1}{2} \approx \frac{\rho g h^2 \lambda}{8} = \frac{1}{6} \rho g H_3^3 \frac{2-b}{a(1-b)^2} \quad (12)$$

Wprowadzając dla udogodnienia oznaczenia:

$$\mu = \frac{3a \approx E_1}{\rho g H_3^3} = \mu_1 \frac{1}{H_3^3} \quad (13)$$

możemy napisać (12) w postaci:

$$\mu b^2 + (1 - 2\mu)b + (\mu - 2) = 0, \quad (14)$$

w którym b zgodnie z ograniczeniami nałożonymi na równanie swobodnej powierzchni linią (7) powinno być spełnione warunkiem:

$$0 < b < 1 \quad (15)$$

Z równania kwadratowego (14) z uwzględnieniem (15) uzyskujemy:

$$1 - b = \frac{(1 + 4\mu)^{\frac{1}{2}}}{2\mu} + \frac{1}{2\mu} \quad (16)$$

Oceńmy rząd wielkości  $\mu$ . W przypadku niezbyt małych parametrów fal, dochodzących do samej linii brzegowej przed ich ostatnim załamaniem, tj. przy  $h \geq 30$  cm,  $\lambda \geq 1000$  cm,  $H_3 \approx 10$  cm, ocena  $\mu$  daje:

$$\mu \geq 2 \quad (17)$$

W wyrażeniu (16) można odrzucić drugą składową, jak również jedność w mianowniku pierwszej składowej jako wielkości małego rzędu. Wówczas:

$$1 - b \approx \mu^{-\frac{1}{2}} \quad (18)$$

skąd dla  $x_d(t_1)$ ,  $z_d(t_1)$  i  $\zeta(x, t_1)$  uzyskujemy:

$$x_d(t_1) \equiv x_d \approx \frac{h}{2} \left( \frac{3}{2} \approx \frac{\lambda}{a H_3} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (19)$$

$$z_d(t_1) \equiv z_d \approx \frac{h}{2} \left( \frac{3}{2} \approx \frac{a \lambda}{H_3} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (20)$$

$$\zeta(t_1) = \left( 1 - H_3^{\frac{3}{2}} \mu, -\frac{1}{2} \right) ax + H_3 \quad (21)$$

Z uzyskanych wzorów dla rzędnych maksymalnego punktu napływu  $M_{(x_d, z_d)}$  równania jego powierzchni swobodnej w momencie  $t = t_1$  łatwo można uzyskać zależności i dla dowolnego momentu  $t$ , jeśli wykorzystać wzór dla prędkości maksymalnej (patrz poniżej).

Nieco bardziej złożony jest problem określenia tych prędkości w napływie, które są nie tylko funkcjami czasu, ale i funkcjami obu rzędnych  $x$  i  $z$ .

Napływ jest nieustalonym ruchem po równi pochyłej. Dlatego poszczególne jego warstwy powinny poruszać się z różnymi prędkościami. Jednakże jeśli głębokość napływu jest niewielka i w następstwie silnego ruchu turbulentnego można nie uwzględniać zależności od  $z$ , to dla określenia dowolnej prędkości maksymalnej i — tej cząstki —  $V_3^1$ , należy uwzględniać tylko skrajny punkt  $M_1(t_1)$  o współrzędnej  $x_d^1(t_1)$ , który jest osiągany w momencie  $t = t_1$ .

Z wszystkich cząstek napływu najbardziej interesują nas te, które poruszają się po czołowej krawędzi napływu. Poruszają się one z prędkością  $V_3$  i osiągają rzędną  $x_d(t_1)$ .

Dla każdej z cząstek napływu interesujące są również ich średnie prędkości na skłonie brzegowym  $\bar{V}_3$  oraz ogólna charakterystyka — średnia prędkość wszystkich cząstek na skłonie —  $\bar{u}_3 = \frac{1}{2} \bar{u}_3$ .

Na początek napiszmy wyrażenia dla  $u_3$ . Z warunku (2'') mamy:

$$\frac{1}{2} \alpha \frac{\rho g h^2 \lambda}{8} = \frac{\rho \bar{u}_3^2}{2} \int_0^{x_d} \int_{z_1}^{z_2} d\Omega = \frac{\rho \bar{u}_3^2}{2} \Omega \quad (22)$$

Ponieważ w rozpatrywanym przybliżeniu dla  $f_1$  i  $f_2$

$$\Omega = \int_0^{x_d} \int_{z_1}^{z_2} d\Omega = \frac{1}{2} x_d(t_1) H_3(t_1) \quad (23)$$

to dla  $\bar{u}_3$  uzyskujemy:

$$\bar{u}_3 \approx \left( \frac{\alpha}{6} a g^2 h^2 \lambda H_3^{-1} \right)^{\frac{1}{4}} \quad (24)$$

Skąd dla średniej ze wszystkich cząstek na skłonie mamy:

$$\bar{u}_3 \approx \frac{1}{2} \left( \frac{\alpha}{6} a g^2 h^2 \lambda H_3^{-1} \right)^{\frac{1}{4}} \quad (25)$$

Dla określenia maksymalnej prędkości wystarczy znajomość współrzędnej Lagrange'a  $x_1 = x_1(t)$  cząstki w dowolnym momencie czasowym w skrajnym punkcie  $M^1(x_d^1, z_d^1)$ , do którego cząstka ta dociera po skłonie brzegowym.

Z prostych wzorów kinematycznych dla dowolnego momentu czasowego  $t$ , spełniającego warunek:

$$t_0 < t \leq t_1 \quad (26)$$

mamy:

$$V_3^1(x, t) = (2 ag)^{\frac{1}{2}} \left[ (x_d^1)^{\frac{1}{2}} - x_1^{\frac{1}{2}}(t) \right] \quad (27)$$

gdzie  $(2 ag x_d^1)^{\frac{1}{2}}$  — wielkość maksymalnej prędkości cząstki i — tej, którą posiada ona przy przejściu punktu  $x_0 = 0$ , aby osiągnąć skrajny punkt  $x_d^1$  w momencie  $t_1$ , a  $x_1(t)$  — współrzędna Lagrange'a w dowolnym momencie czasowym. Dla cząstek najszybszych czoła napływu zgodnie z (27) i (19) dla maksymalnej wielkości prędkości mamy:

$$V_3(t) = (2 ag)^{\frac{1}{2}} \left[ \left( \frac{3 \kappa h^2 \lambda}{8 a H_3} \right)^{\frac{1}{4}} - x^{\frac{1}{2}}(t) \right] = \left( \frac{3}{2} \kappa ag^2 \frac{h^2 \lambda}{H_3} \right)^{\frac{1}{4}} - gt \quad (28)$$

Dlatego maksymalna wielkość  $V_3 = V_3(x_0)$  jest równa:

$$V_3 = (2 ag x_d^1)^{\frac{1}{2}} = \left( \frac{3}{2} \kappa ag^2 h^2 \lambda H_3^{-1} \right)^{\frac{1}{4}} \quad (29)$$

Przytoczymy jeszcze średnią wielkość prędkości cząstek cieczy, poruszających się na czele napływu, która będzie potrzebna do oceny czasu ruchu potoku po skłonie:

$$\bar{V}_3 = \frac{1}{2} V_3(x_0) = \frac{1}{2} \left( \frac{3}{2} \kappa ag^2 h^2 \lambda H_3^{-1} \right)^{\frac{1}{4}} \quad (30)$$

Zatrzymajmy się teraz na zagadnieniu oceny wpływu filtracji cieczy na parametry potoku spływu. Filtracja powoduje straty energii. Można je łatwo określić poprzez straty energii potencjalnej, zawartej w objętości cieczy filtrującej w skłon brzegowy. Jeśli część objętości cieczy powstająca do momentu początku spływu  $t + \delta t$  jest równa  $\kappa_1$ , to do tego momentu z energii potencjalnej cieczy pozostaje jej część równa:

$$\kappa_1 \kappa \cdot \frac{1}{2} E_1 \quad (31)$$

Z zestawienia tej wielkości z (2'') wynika, że przy uwzględnieniu filtracji współczynnik  $\kappa$  powinien być zamieniony na  $\kappa_1 \kappa$ . Dlatego w momencie  $t_1 + \delta t$  współrzędne skraju napływu przesuną się na  $\delta x_d$  i  $\delta z_d \sim \kappa^{\frac{1}{2}} (1 - \kappa_1)^{\frac{1}{2}}$  i w przybliżeniu możemy napisać:<sup>2</sup>

$$x_d(t_1 + \delta t) \approx \frac{h}{2} \left( \frac{3}{2} \frac{\kappa_1 \kappa \lambda}{a H_3} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (32)$$

$$z_d(t_1 + \delta t) \approx \frac{h}{2} \left( \frac{3}{2} \frac{\kappa_1 \kappa a \lambda}{H_3} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (33)$$

<sup>2</sup> W rzeczywistości filtracja zachodzi na całej powierzchni skłonu brzegowego. Jednakże najbardziej intensywnie zachodzi ona w skrajnej górnej części napływu.



Analogiczna zmiana będzie miała miejsce i dla równania swobodnej powierzchni:

$$\zeta(t_1 + \delta t) \approx \left(1 - H_3^2 \kappa_1^{-1} \mu^{-\frac{1}{2}}\right) ax + H_3 \quad (34)$$

W końcu dla uśrednionej (z danej objętości) prędkości  $\bar{u}_3^*$  przy ruchu powrotnym uzyskujemy:

$$\bar{u}_3^* \approx \left(\frac{\kappa_1 \kappa ag^2 h^2 \lambda}{6 H_3}\right)^{\frac{1}{4}} = \kappa_1^{\frac{1}{4}} \cdot \bar{u}_3 \quad (35)$$

Jak wynika z napisanego powyżej wzoru, jeśli straty na filtrację są małe ( $\approx 20\%$ ,  $\kappa_1 = 0,8$ ), efektu tego można nie uwzględniać, gdyż  $\kappa_1$  występuje w potęgę  $\frac{1}{4}$  i wpływa zaledwie w  $5\%$ , co jest błędem znacznie mniejszym od dokładności uzyskiwanych za pomocą samych wzorów. Oczywiście analogiczne będą wzory i dla  $\bar{u}_3$ ,  $V_3$ ,  $\bar{V}_3$  itd.

Uzyskane rezultaty pozwalają na ocenę również czasu ruchu potoku napływu i spływu — odpowiednio  $T$  i  $T^*$ . W pierwszym przypadku dla  $T$  mamy:

$$\begin{aligned} T &= \frac{\int_0^{x_d} [1 + (z'_3)^2] dx}{\frac{1}{x_d} \int_0^{x_d} V_3 dx} = \frac{2x_d \left(1 + \frac{1}{2} a^2\right)}{\bar{V}_3} = \\ &= \left(1 + \frac{1}{2} a^2\right) \left(\frac{3}{2} \frac{\kappa h^2 \lambda}{a^3 g^2 H_3}\right)^{\frac{1}{4}} \approx \left(\frac{3}{2} \frac{\kappa h^2 \lambda}{a^3 g^2 H_3}\right)^{\frac{1}{4}} \end{aligned} \quad (36)$$

gdzie  $-\int_0^{x_d} 1 + (z'_3)^2 dx$  — długość skłonu brzegowego znajdującego się pod napływem,  $\frac{1}{x_d} \int_0^{x_d} V_3 dx$  — średnia prędkość ruchu czoła napływu.

Zgodnie z przedstawioną wartością wpływu  $\kappa_1$  można napisać wzór dla czasu trwania spływu:

$$T^* = \kappa_1^{\frac{1}{4}} T \quad (37)$$

lub też, ponieważ  $\kappa_1^{\frac{1}{4}} \approx 1$ , przy małych stratach na filtrację, można napisać:

$$T^* \approx T \quad (38)$$

Zatrzymajmy się jeszcze na związku pomiędzy czasem ruchu potoku napływu  $T$  i spływu  $T^*$  a okresem fali  $\tau$ . Będziemy uważali dla uproszczenia, że  $T \approx T^*$ , w związku z czym możemy zamienić sumę  $T + T^*$  na  $2T$ .

Mamy:

$$2T \cong 2 \left( 1 + \frac{1}{2} a^2 \right) \left( \frac{3}{2} \frac{\kappa h^2 \lambda}{a^3 g^2 H_3} \right)^{\frac{1}{4}} \approx 2 \left( \frac{3}{2} \frac{\kappa h^2 \lambda}{a^3 g^2 H_3} \right)^{\frac{1}{4}} \quad (39)$$

lub

$$2T = \frac{\lambda}{c} \left( \frac{6}{\pi^2} \frac{\kappa \delta h (kH_1)^2}{a^3 H_3} \right)^{\frac{1}{4}} = \frac{\lambda}{c} \eta \quad (39')$$

gdzie  $\delta$ ,  $kH_1$  — odpowiednio — stromość fali i bezwymiarowa głębokość wody przed załamaniem fal. Dlatego:

$$2T \approx \eta \tau \quad (40)$$

Oceńmy rząd wielkości  $\eta$  dla dowolnych parametrów potoku. Tak więc przy  $h \approx 50$  cm,  $\lambda = 10^3$  cm,  $H_1 = 50$  cm,  $H_3 = 10$  cm i  $a \cong 0,2$  mamy:

$$\eta \approx 1 \quad (41)$$

Ponieważ  $\delta$  i  $kH_1$  w strefie załamania fal w pobliżu linii brzegowej zmieniają się niezbyt silnie i zależność od nich jest bardzo mała,  $\eta$  będzie zmieniać się ze zmianą parametrów fal.

Dlatego z pewnym przybliżeniem można napisać:

$$\eta = \text{const.} \approx 1 \quad (42)$$

co daje nam:

$$2T \approx \tau \quad (43)$$

lub

$$T \approx T^* \approx \frac{\tau}{2} \quad (44)$$

Uzyskane przybliżone zależności pozwalają na wyprowadzenie szacunkowego wzoru również dla nie określonej dotąd wielkości  $H_3$ . Podstawiając (43) do lewej strony (39), uzyskujemy:

$$H_3 \approx \frac{6}{\pi^2} \frac{\kappa \delta h (kH_1)^2}{a^3} \quad (45)$$

Możliwe jest też wykorzystanie (45) dla wyeliminowania  $H_3$  ze wzorów uzyskanych powyżej dla parametrów potoku napywu. Podstawiając na przykład (45) do (19), (20), (21), (24) i (28), uzyskujemy:

$$x_d \approx \frac{\pi}{4} \frac{a \lambda}{kH_1} = \frac{a \lambda^2}{8H_1} \quad (46)$$

$$z_d \approx \frac{\pi}{4} \frac{a^2 \lambda}{kH_1} \quad (47)$$

$$\zeta = 1 - \mu^{-\frac{1}{2}} \left( \frac{kH_1}{a} \right)^3 \left( \frac{6\kappa \delta h}{a} \right)^{\frac{3}{2}} a x + \frac{6\kappa \delta h (kH_1)^2}{\pi^2 a^3} \quad (48)$$

$$\bar{u}_3 \approx \frac{a \lambda}{2\sqrt{3}} \left( \frac{g}{H_1} \right)^{\frac{1}{2}} = \frac{\pi}{\sqrt{3}} a \frac{C_\infty^2}{C_H} \quad (49)$$

$$V_3 \approx \frac{1}{2} a \lambda \left( \frac{g}{H_1} \right)^{\frac{1}{2}} = \pi a \frac{C_\infty^2}{C_H} \quad (50)$$

Oдноśnie do uzyskanych przybliżonych wyrażeń (46) — (50), jak i samego wyjściowego wzoru szacunkowego (45) konieczna jest pewna dość istotna uwaga. Wielkość  $H_3$  wchodzi do wzoru dla  $\eta$  w potęgę  $\frac{1}{4}$ . Dlatego niedokładność, nawet dość istotna w ocenie  $H_3$ , nie może wpływać zauważalnie na  $\eta$  oraz wszystkie pozostałe wzory, zawierające  $H_3$  w potęgę  $\frac{1}{4}$ , a nawet w potęgę  $\frac{1}{2}$ . W (45) zależność została odwrócona i  $H_3$  już silnie zmienia się ze zmniejszaniem się parametrów potoku. Dlatego jej określenie ze wzoru (45) może dawać istotne błędy, jeżeli  $\eta$  w (41) znacznie różni się od jedności. Należy to uwzględnić przy wykorzystaniu wzorów (45) — (50).



BORYS A. SHULYAK

Academy of Sciences ZSRR

Department of Geography — Moscow

## ESTIMATION OF SWASH PARAMETERS

### Summary

The results of two-dimensional analysis are presented for swash due to breaking waves on a filtering beach.

The relationships obtained for swash parameters permit the swash limit  $M$  ( $x_d, z_d$ ), maximum and mean velocities of water particles in swash flow,  $V_s(t), \bar{u}_s$ , duration of motion,  $T$ , and other parameters to be correlated with the parameters of breaking waves:

$$V_s(t) \approx \frac{3}{2} \left( \kappa a g^2 h^2 \lambda H_3^{-1} \right)^{\frac{1}{4}} - (2 g a x) t^{\frac{1}{2}}$$

$$\bar{u}_s \approx \frac{1}{2} \left( \frac{1}{6} \kappa a g^2 h^2 \lambda H_3^{-1} \right)^{\frac{1}{4}}$$

$$T \approx \left( 1 + \frac{1}{2} a^2 \right) \left( \frac{3}{2} \kappa \frac{h^2}{a^3 g^2 H_3} \right)^{\frac{1}{4}}$$

Approximated as they are, the relationships still have interesting practical implications, particularly because of their contribution to a possible mathematical model of transformation of an accretion due to sea waves.

### WYKAZ OZNACZEŃ

#### LIST OF NOTATIONS

- $E$  — energia  
energy
- $H$  — głębokość akwenu  
water depth
- $H_3$  — głębokość akwenu w początkowej fazie napływu  
water depth at the beginning of swash phase
- $T, T^*$  — czas trwania napływu i spływu  
duration of alternating swash phases ("ebb" and "tide")
- $x, z$  — współrzędne prostokątne  
rectangular co-ordinates
- $x_d, z_d$  — współrzędne czoła napływu  
co-ordinates of swash front
- $g$  — przyspieszenie ziemskie  
acceleration due to gravity

- t — czas  
time
- l — rozciągłość napływu  
swash stretch
- C — prędkość fazowa fali  
wave celerity
- h — wysokość fali  
wave height
- $\lambda$  — długość fali  
wave length
- $\tau$  — okres fali  
wave period
- $\delta$  — stromość fali  $\left(\frac{h}{\lambda}\right)$   
wave steepness  $\left(\frac{h}{\lambda}\right)$
- $\eta$  — współczynnik bezwymiarowy  
dimensionless coefficient
- $\mu, V$  — średnia i maksymalna prędkość cząstek cieczy w napływach  
mean and maximum speed of particles in swash
- $\zeta$  — rzędna położenia punktu na swobodnej powierzchni morza  
free surface ordinate
- $\Omega$  — objętość cieczy  
volume of fluid
- $\kappa, \kappa_1$  — współczynniki energii nierozproszonej  
undissipated energy coefficients
- $\kappa^*, \kappa^*_1$  — współczynniki dysypacji energii  
energy dissipation coefficients