T R A V A U X

ROZPRAWY

JEAN-PIERRE GERMAIN

Université de Grenoble I
Institut de Mécanique

THÉORIE DE L'EAU PEU PROFONDE ET OCÉANOGRAPHIE

1. PROBLÈME

L'océanographe, pour essayer d'expliquer les phénomènes rencontrés dans la nature dispose de quelques theories. Parmi celles-ci, signalons les théories utilisant la méthode du petit paramètre de Poincaré et celle des ondes longues. Les premières sont basées sur le fait que, du moins en milieu non tournant, une solution particulière du problème est connue qui est le repos. On recherche alors des solutions voisines, c'est-à-dire que l'on suppose les solutions des équations développables par rapport à un petit paramètre en séries entières dont le terme l'ordre zéro décrit le repos. Le problème est ramené à chaque ordre d'approximation à la résolution d'un système plus simple. La théorie linéarisée est bien connue, mais souvent pour l'interpétation des phénomènes plus fins, notamment pour l'étude des interactions, on doit faire appel aux approximations du second, voire du troisième ordre, comme l'a montré l'équipe de J. Kravtchenko. Toutefois, le domaine de validité des solutions est limité non seulement par le fait que les séries utilisées doivent converger, que malheureusement on ne connaît pas leur rayon de convergence, mais aussi parce que le petit paramètre utilisé est toujours de l'ordre de grandeur de la cambrure, c'est-à-dire du rapport de l'amplitude aux longueurs d'onde des houles considérées.

Pour le cas des phénomènes de très grandes longueurs d'onde relatives, la méthode du petit paramètre est inadaptée et à fortiori dans le cas des ondes solitaires, elle tombe totalement en défaut. Il est alors fait appel en général à une autre théorie, dite des ondes longues. Les traits caractéristiques de celle-ci résultent des hypothèses initiales que nous précisons pour simplifier dans le cas bidimensionnel: la pression qui règne au sein du fluide supposé parfait pesant est hydrostatique; d'autre part, la composante horizontale du champ des vitesses n'est fonction que de la variable horizontale et du temps, la composante verticale est alors négligeable. Le système d'équations régissant le phénomène est dans ce cas système d'équations aux dérivées partielles portant sur les deux fonctions inconnues, composante horizontale du champ des vitesses et dénivellation de la surface libre, en fonction des variables horizontale et temporelle. Ce système qui est non-linéaire, est fort souvent dans une étape ultérieure, simplifié et linéarisé. Si la résolution des problèmes en devient beaucoup plus aisée, par contre plusieurs défauts apparaissent alors dont nous signalons les principaux. Les problèmes pour lesquels les conditions aux limites amont et aval sont fonctions de la cote, ne peuvent être traités, et d'autre part les solutions du système ne peuvent plus être considérées comme première approximation pour un algorithme quelconque de résolution du problème exact. C'est pour pallier ces inconvénients que nous proposons une méthode différente dite de l'eau peu profonde.

2. THÉORIE DE L'EAU PEU PROFONDE

Recherchant une théorie applicable aux phénomènes à grande longueur d'onde relative et conduisant à un processus d'approximations successives, il est naturel de penser à la théorie de l'eau peu profonde, telle qu'elle a été développée dans les travaux de Keller [7], de Friedrichs [1] ou de Wehausen et Laitone [9]. Rappelons ici l'idée directrice de ces recherches sous une forme un peu modifiée par rapport aux auteurs précédents et que nous avons exposée en [5]. Un petit paramètre de distorsion ε est introduit dans les équations du problème en faisant les changements de variables suivants: la variable verticale est inchangée, les variables horizontales sont multipliées par ε pour donner les nouvelles variables horizontales, le temps est multiplié par ε pour donner la nouvelle variable temporelle.

Dans le nouveau système d'équations, figure un petit paramètre qui est ε et il est naturel de chercher s'il existe des solutions développables en séries entières en ε. Cette méthode, quoique simple dans son principe, n'a été en fait appliquée pratiquement que dans le cas d'un phénomène particulièrement simple et qui est celui des houles progressives, cf. [2, 8] par ex.

Nous nous proposons ici de l'appliquer à un autre type de phénomène et qui est exposé au paragraphe suivant.

3. PROBLÈME DU BATTEUR

Nous allons étudier le phénomène bi-dimensionel suivant.

Un fluide parfait pesant au repos occupe un canal semiinfini à fond horizontal. A l'instant initial t = 0, un batteur plan vertical qui se trouve à l'extrémité finie du canal, se meut horizontalement suivant un mouvement connu et engendre des ondes au sein du liquide, l'extrémité située à l'infini reste au repos.

Nous choisissons un repère de référencé de la manière suivante: l'axe Ox est horizontal et coïncide avec le niveau au repos du fluide, l'axe Oy est vertical descendant et coïncide avec l'extrémité finie du canal. On note g la mesure de l'accélération de la pesanteur, h l'ordonnée du fond du canal.

Nous utilisons les variables de Lagrange: a et b désignent les coordonnées à l'instant initial d'une particule qui, à l'instant t, a pour coordonnées x (a, b, t) et y (a, b, t). Posant X (a, b, t) = x (a, b, t) — a et Y (a, b, t) = y (a, b. t) — b et après élimination de la pression dans les équations du problème, nous à résoudre les équations suivantes.

— Dans la masse $0 \leqslant a \leqslant +\infty;\ 0 \leqslant b \leqslant h;\ t \geqslant 0$

la condition cinématique qui traduit l'incompressibilité du fluide

$$\frac{\partial Y}{\partial b} + \frac{\partial X}{\partial a} + \frac{\partial X}{\partial a}\frac{\partial Y}{\partial b} - \frac{\partial X}{\partial b}\frac{\partial Y}{\partial a} = 0$$

la condition dynamique qui traduit la loi fondamentale de la mécanique

$$\frac{\partial^2 X}{\partial b\,\partial t}\left[1 + \frac{\partial X}{\partial a}\right] - \frac{\partial X}{\partial b}\frac{\partial^2 X}{\partial a\,\partial t} + \frac{\partial Y}{\partial a}\frac{\partial^2 Y}{\partial b\,\partial t} - \left[1 + \frac{\partial Y}{\partial b}\right]\frac{\partial^2 Y}{\partial a\,\partial t} = Z\,(a, b)$$

où la fonction Z (a, b), indépendante du temps, représente le rotationnel. Pour plus de clarté dans cet exposé, nous supposerons Z (a, b) = = 0, notant que les méthodes que nous développons ci-après s'appliquent même si Z (a, b) n'est pas nul.

— Conditions initiales:

$\text{à } t = 0 \quad X\,(a, b, 0) = 0 \quad \text{et } Y\,(a, b, 0) = 0$

— Conditions aux limites:

sur le fond $b = h$, il y a imperméabilité

$Y(a, h, t) = 0$

à la surface libre $b = 0$, la pression est constante

$$\left[\frac{\partial^2 X}{\partial t^2}\left(1 + \frac{\partial X}{\partial \alpha}\right) + \frac{\partial^2 Y}{\partial t^2}\frac{\partial Y}{\partial a} + g\frac{\partial Y}{\partial a}\right]_{b=0} = 0$$

au droit du batteur $a = 0$, imperméabilité

$X(0, b, t) = g(t)$ où $g(t)$ fonction donnée de t représente l'abscisse du batteur

à l'extrémité aval $a = +\infty$, il y a le repos

$X(+\infty, b, t) = 0 \quad Y(+\infty, b, t) = 0$

Suivant la théorie de l'eau peu profonde, nous procédons aux distorsions de variables en posant:

$$\alpha = \varepsilon a; \quad \beta = b; \quad \tau = \varepsilon \sqrt{g h}\, t$$

Nous avons alors à résoudre le système suivant.

— Dans la masse $\alpha \geqslant 0$; $0 \leqslant \beta \leqslant h$; $\tau \geqslant 0$

la condition cinématique

$$\frac{\partial Y}{\partial \beta} + \varepsilon\left[\frac{\partial X}{\partial \alpha} + \frac{\partial X}{\partial \alpha}\frac{\partial Y}{\partial \beta} - \frac{\partial X}{\partial \beta}\frac{\partial Y}{\partial a}\right] = 0$$

la condition dynamique

$$\frac{\partial Y}{\partial \beta} + \varepsilon\left[\frac{\partial^2 X}{\partial \beta\, \partial \tau}\frac{\partial X}{\partial \alpha} - \frac{\partial X}{\partial \beta}\frac{\partial^2 X}{\partial \alpha\, \partial \tau} + \frac{\partial Y}{\partial \alpha}\frac{\partial^2 Y}{\partial \beta\, \partial \tau} - \left(1 + \frac{\partial Y}{\partial \beta}\right)\frac{\partial^2 Y}{\partial \alpha\, \partial \tau}\right] = 0$$

de plus, à l'instant $t = 0$

$X(\alpha, \beta, 0) \equiv 0$; $\quad Y(\alpha, \beta, 0) \equiv 0$

sur le fond $\beta = h$

$Y(\alpha, h, \tau) \equiv 0$

à la surface libre $\beta = 0$

$$\left[\frac{\partial Y}{\partial \alpha} = \varepsilon h\frac{\partial^2 X}{\partial \tau^2} + \varepsilon^2 h\frac{\partial^2 X}{\partial \tau^2}\frac{\partial X}{\partial \alpha} + \varepsilon^2 h\frac{\partial^2 Y}{\partial \tau^2}\frac{\partial Y}{\partial \alpha}\right]_{\beta=0}$$

à l'extrémité aval $\alpha = +\infty$

$$X(+\infty, \beta, \tau) \equiv 0 \quad Y(+\infty, \beta, \tau) \equiv 0$$

au droit du batteur $\alpha = 0 \quad X(0, \beta, \tau) = \varepsilon f(\tau)$

en supposant que le déplacement horizontal du batteur soit de l'ordre de grandeur de ε.

Nous recherchons les solutions sous la forme:

$$X = \sum_0^\infty \varepsilon^n X_n(\alpha, \beta, \tau); \qquad Y = \sum_0^\infty \varepsilon^n Y_n(\alpha, \beta\, \tau)$$

Notons qu'à l'ordre zéro, le choix $X_0(\alpha, \beta, \tau) = 0$, $Y_0(\alpha, \beta, \tau) = 0$ satisfait complètement nos équations.

4. APPROXIMATION D'ORDRE 1

Avec la remarque faite à la fin du paragraphe précédent, il vient à l'ordre 1

— dans la masse $\alpha \geqslant 0$; $0 \leqslant \beta \leqslant h$; $\tau \geqslant 0$
la condition cinématique

$$\frac{\partial Y_1}{\partial \beta} = 0 \quad \text{qui nous donne } Y_1 = Y_1(\alpha, \tau)$$

— la condition sur le fond s'exprime
$Y_1(\alpha, h, \tau) = Y_1(\alpha, \tau) \equiv 0$

— la condition à la surface libre

$$\left[\frac{\partial Y_1}{\partial \alpha}\right]_{\beta=0} = 0 \quad \text{est automatiquement vérifiée}$$

— dans la masse $\alpha \geqslant 0$; $0 \leqslant \beta \leqslant h$; $\tau \geqslant 0$
la condition dynamique

$$\frac{\partial^2 X_1}{\partial \beta \, \partial \tau} = 0 \quad \text{qui s'intègre en}$$

$X_1(\alpha, \beta, \tau) = X_{11}(\alpha, \beta) + X_{12}(\alpha, \tau)$
où X_{11} et X_{12} sont des fonctions arbitraires de leurs arguments.

— la condition initiale ($\tau = 0$) donne
$X_{11}(\alpha, \beta) + X_{12}(\alpha, 0) \equiv 0$
donc $X_{11}(\alpha, \beta)$ est indépendant de β
et par suite
$X_1(\alpha, \beta, \tau) = X_1(\alpha, \tau)$ avec $X_1(\alpha, 0) \equiv 0$

— la condition à l'extrémité aval $\alpha = +\infty$
$X_1(+\infty, \tau) \equiv 0$

— la condition au droit du batteur $\alpha = 0$
$X_1(0, \tau) = f(\tau)$

En résumé, le calcul de l'approximation d'ordre un nous montre que:

$Y_1(\alpha, \beta, \tau) \equiv 0$

$X_1(\alpha, \beta, \tau) \equiv X_1(\alpha, \tau)$ avec

$X_1(\alpha, 0) \equiv 0$; $X_1(+\infty, \tau) \equiv 0$; $X_1(0, \tau) = f(\tau)$

Nous voyons là poindre un des traits caractéristiques de la théorie de l'eau peu profonde: à chaque ordre, si les déplacements verticaux sont bien déterminés, les déplacements horizontaux le sont modulo une fonction arbitraire de α et τ qui d'ailleurs peut être interprétée comme leur distribution horizontale sur le fond à cet ordre d'approximation.

5. APROXIMATION D'ORDRE 2

Pour intégrer les équations de l'approximation d'ordre deux, et supérieur à deux, nous suivrons la même succession d'opérations que celles que nous avons utilisées à l'ordre un.

La condition cinématique à l'ordre concerné et la condition sur le fond détermine complètement $Y_2(\alpha, \beta, \tau)$

$$Y_2(\alpha, \beta, \tau) = - \frac{\partial X_1(\alpha, \tau)}{\partial \alpha} (\beta - h)$$

La condition à la surface libre donne alors:

$$\frac{\partial^2 X_1(\alpha, \tau)}{\partial \tau^2} = \frac{\partial^2 X_1(\alpha, \tau)}{\partial \alpha^2}$$

dont la solution générale est:

$$X_1(\alpha, \tau) = X_{1+}(\alpha + \tau) + X_{1-}(\alpha - \tau)$$

ou X_{1+} et X_{1-} sont des fonctions arbitraires de leurs arguments.

Les conditions aux limites imposées à $X_1(\alpha, \tau)$ à l'ordre un, conduisent finalement au choix

$$X_1(\alpha, \tau) = f(\tau - \alpha)$$

qui décrit une onde progressive se propageant à partir du batteur avec une célérité égale à la vitesse critique.

La condition dynamique dans la masse combinée aux conditions aux limites restantes, nous donne le résultat suivant:

$$X_2(\alpha, \beta, \tau) = X_2(\alpha, \tau)$$

$X_2(\alpha, \tau)$, restriction sur le fond des déplacements horizontaux, est arbitraire à cet ordre, mais doit vérifier les conditions suivantes:

$$X_2(\alpha, 0) \equiv 0; \quad X_2(+\infty, \tau) \equiv 0; \quad X_2(0, \tau) \equiv 0$$

6. APPROXIMATION D'ORDRE 3

Appliqué a l'ordre 3, notre méthode conduit aux résultats suivants:

$$Y_3(\alpha, \beta, \tau) = - \frac{\partial X_2(\alpha, \tau)}{\partial \alpha} (\beta - h)$$

la condition à la surface libre

$$\frac{\partial^2 X_2}{\partial \tau^2} = \frac{\partial^2 X_2}{\partial \alpha^2}$$

jointe aux conditions aux limites imposées à $X_2(\alpha, \tau)$ entraîne:

$$X_2(\alpha, \beta, \tau) \equiv 0 \text{ donc } Y_3(\alpha, \beta, \tau) \equiv 0$$

Alors $X_3(\alpha, \beta, \tau)$ qui vérifie dans la masse

$$\frac{\partial^2 X_3}{\partial\beta\, \partial\tau} - \frac{\partial^2 Y_2}{\partial\alpha\, \partial\tau} = 0$$

est obtenu par intégration et compte tenu des conditions aux limites, est de la forme:

$$X_3(\alpha, \beta, \tau) = X_3^{**}(\alpha, \tau) - \frac{f_1''(\tau - \alpha)}{2} (\beta - h)^2$$

où $X_3^{**}(\alpha, \tau)$ fonction arbitraire de α et τ représente la restriction sur le fond du déplacement horizontal à l'ordre 3.

Il devient alors évident, sans poursuivre davantage les calculs, que la condition au droit du batteur

$$X_3^{**}(0,\tau) - \frac{f_1''(\tau)}{2} (\beta - h)^2 \equiv 0$$

ne peut être satisfaite sauf pour le cas particulier où $f_1''(\tau) = 0$.

La méthode de l'eau peu profonde, telle que nous venons de l'appliquer si elle a réussi en donnant un processus d'approximations successives, a par contre failli dans la seconde tâche qui était proposée, prendre en compte un profil vertical de déplacement quelconque imposé au droit du batteur.

C'est pourquoi, suivant [4] pour les approximations d'ordre 3 et supérieurs, la solution sera recherchée sous la forme:

$$X_n(\alpha, \beta, \tau) = \sum_{m=0}^{\infty} X_{n,m}(\alpha, \beta, \tau)\, e^{-\frac{m\pi}{h}\frac{\alpha}{\varepsilon}}$$

$$Y_n(\alpha, \beta, \tau) = \sum_{m=0}^{\infty} Y_{n,m}(\alpha, \beta, \tau)\, e^{-\frac{m\pi}{h}\frac{\alpha}{\varepsilon}}$$

La solution ainsi proposée est plus riche que la solution initialement essayée, elle comprend en plus des termes décroissant exponentiellement à partir du batteur et correspondant aux oscillations locales de la théorie du petit paramètre de Poincaré.

7. NOUVELLE APPROXIMATION D'ORDRE 3

Appliquant la méthode d'intégration d'abord à l'ordre $n = 3$, $m = 0$, nous obtenons les mêmes résultats qu'au paragraphe précédent, mais nous ne cherchons pas à vérifier la condition au droit du batteur, donc

$$Y_{3,0}(\alpha, \beta, \tau) \equiv 0$$

$$X_{3,0}(\alpha, \beta, \tau) = X_{3,0}^{**}(\alpha, \tau) - \frac{f''_{\prime\prime}(\tau - \alpha)}{2}(\beta - h)^2$$

où $X_3^{**}(\alpha, \tau)$ est une fonction arbitraire des ses arguments.

A l'ordre (3, m), $m > 0$.

Dans la masse, les conditions cinématique et dynamique nous donnent:

$$\frac{\partial Y_{3,m}}{\partial \beta} - \frac{m\pi}{h} X_{3,m} \equiv 0$$

$$\frac{\partial^2 X_{3,m}}{\partial \beta\, \partial \tau} + \frac{m\pi}{h} \frac{\partial Y_{3,m}}{\partial \tau} \equiv 0$$

Cette dernière condition s'intègre, compte tenu des conditions initiales en

$$\frac{\partial X_{3,m}}{\partial \beta} + \frac{m\pi}{h} Y_{3,m} \equiv 0$$

La solution générale de ce système d'équations différentielles linéaires à coefficients constants est

$$Y_{3,m} = A_{3,m}(\alpha, \tau) \cos \frac{m\pi}{h}(\beta - h) + B_{3,m}(\alpha, \tau) \sin \frac{m\pi}{h}(\beta - h)$$

$$X_{3,m} = - A_{3,m}(\alpha, \tau) \sin \frac{m\pi}{h}(\beta - h) + B_{3,m}(\alpha, \tau) \cos \frac{m\pi}{h}(\beta - h)$$

où $A_{3,m}(\alpha, \tau)$ et $B_{3,m}(\alpha, \tau)$ sont des fonctions arbitraires de leurs arguments.

Cependant, la condition sur le fond
entraîne $A_{3,m}(\alpha, \tau) \equiv 0$.

La condition à la surface libre est alors vérifiée et la condition au droit du batteur prend maintenant la forme suivante:

$$X_{3,0}^{**}(0, \tau) - \frac{(\beta - h)^2}{2} f''(\tau) + \sum_{m=1}^{\infty} B_{3,m}(0, \tau) \cos \frac{m\pi}{h}(\beta - h) \equiv 0$$

Compte tenu de ce que les fonctions $\cos m \frac{\pi}{h}(\beta - h)$, $m \geqslant 0$, forment un système orthogonal complet sur (0, h), il vient:

$$X_3^{**}(0,\tau) = f''(\tau) \frac{h^2}{6}$$

$$B_{3,m}(0, \tau) = f''(\tau) \frac{(-1)^m}{m^2} \frac{2h^2}{\pi^2}$$

En fait, les fonctions arbitraires $X_3^{**}(\alpha, \tau)$ et $B_{3,m}(\alpha, \tau)$ ne pourront être complètement déterminées que par les conditions à l'ordre (4, m). Qu'il nous suffise ici de savoir qu'à la suite de calculs analogues à ceux que nous venons d'effectuer, nous obtenons les résultats suivants.

$X_{3,0}^{**}(\alpha, \tau)$ doit vérifier

$$\frac{\partial^2 X_{3,0}^{**}}{\partial \alpha^2} - \frac{\partial^2 X_{3,0}^{**}}{\partial \tau^2} = - f^{IV}(\tau - \alpha)\,\frac{h^2}{3} - 3\,f'(\tau - \alpha)\,f''(\tau - \alpha)$$

et que $B_{3,m}(\alpha, \tau)$ est indépendant de α.

Finalement, compte tenu des conditions aux limites et des conditions initiales, nous obtenons:

$$X_3(\alpha, \beta, \tau) = \frac{h^2}{6} f''(\tau - \alpha) - \frac{h^2 \alpha}{6} f'''(\tau - \alpha) + \frac{3}{4}\,\alpha\, f'^2(\tau - \alpha) -$$

$$- f''(\tau - \alpha)\,\frac{(\beta - h)^2}{2} + \frac{2\,h^2}{\pi^2} f''(\tau) \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(-1)^m}{m^2} \cos \frac{m\pi}{h}(\beta - h)\, e^{-\frac{m\pi}{h}\frac{\alpha}{\varepsilon}}$$

$$Y_3(\alpha, \beta, \tau) = (\beta - h)\left\{ f'''(\tau - \alpha)\,\frac{h^2}{3} - \frac{h^2}{6}\,\alpha\, f^{IV}(\tau - \alpha) + \frac{1}{4} f'^2(\tau - \alpha) + \right.$$

$$\left. + \frac{3}{4}\,\alpha\, f'(\tau - \alpha)\, f''(\tau - \alpha) \right\} - \frac{(\beta - h)^3}{6} f'''(\tau - \alpha) +$$

$$+ \frac{2\,h^2}{\pi^2} f''(\tau) \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(-1)^m}{m^2} \sin \frac{m\pi}{h}(\beta - h)\, e^{-\frac{m\pi}{h}\frac{\alpha}{\varepsilon}}$$

8. CONCLUSIONS

Il est donc possible à l'ordre trois d'obtenir une solution du problème. Il en est même pour les ordres plus élevés, la longueur des calculs augmentant avec l'ordre. Une question doit être posée: quelle est la nature des développements ainsi obtenus?

Si nous n'avons pas de réponse précise à cette question, nous connaissons cependant une indication précieuse. Dans le cas des houles pures, nous avons pu montrer en [3] que les développements en séries obtenus par la théorie de l'eau peu profonde sont en fait des développements asymptotiques. Il est logique de penser que les développements que nous obtenons ici sont aussi de nature asymptotique. Il apparaît alors inutile de calculer les termes d'ordre très élevés, la précision devenant illusoire. La manière la plus simple pour connaître le domaine de validité de nos solutions est de recourir à l'expérience afin de tester nos résultats. Ceci doit être fait grâce au canal en glaces de 36 mètres de longueur en cours d'achèvement à l'Institut de Mécanique de Grenoble sous la direction de C. Marcou.

Signalons aux océanographes une autre application de la théorie de l'eau peu profonde présentée dans la thèse de L. Gulli [6]. Il est traité là du passage des ondes au-dessus d'une barrière verticale immergée. Le résultat le plus frappant est que lors du passage, l'onde est intégralement transmise et qu'il n'y a pas de réflexion. Cependant, lorsque l'amplitude augmente, il finit par se produire un déferlement du type à gonflement qui détruit le phénomène.

Il apparaît, pour conclure, que la théorie de l'eau peu profonde devient d'une application de plus en plus générale et devrait bientôt être appliquée systématiquement à certains problèmes de l'Océanographie.

JEAN-PIERRE GERMAIN
Uniwersytet w Grenoble I
Instytut Mechaniki

TEORIA PŁYTKIEJ WODY I OCEANOGRAFIA

Streszczenie

Oceanograf, gdy bada problemy propagacji fal, stosuje zazwyczaj teorię liniową. Teoria ta nie jest jednak adekwatna w przypadkach, gdy względna długość fali jest znaczna. W takim przypadku należy stosować teorię fal długich, opartą na szeregu założeń fizycznych. Jedno z tych założeń dotyczy rozkładu pola prędkości w pionie, będącego niezależnym od wysokości. Niestety to założenie jest zbytnim ograniczeniem dopóki warunki brzegowe muszą być uwzględnione. W pracy przedstawiono, na jednym przykładzie, jak można rozwiązać te problemy poprzez modyfikację klasycznej teorii płytkiej wody.

JEAN-PIERRE GERMAIN
Academy of Grenoble I
Institute of Mechanics

LONG WAVES THEORY AND OCEANOGRAPHY

Summary

Ivestigating wave propagation problems, oceanographers commonly use the linearized theory, which fails, however, in the case of a large relative wave length. As a consequence, one has to resort to the long waves, theory, based upon several physical assumptions. One of these assumptions deals with the distribution of the velocity field along a vertical line that is independent of altitude. Unfortunately, this assumption is too restrictive as soon as boundary conditions have to be taken into account. An example is given, which shows how these problems may be solved by modification of the classical theory of shallow water.

BIBLIOGRAPHIE

LITERATURA

1. Friedrichs K.O., *On the derivation of the shallow water theory*, Comm. on Pure and Appl. Math, 1, 1948, 81—85.
2. Friedrichs K.O., Hyers D.H., *The existence of solitary waves*, Comm. on Pure and Appl. Math. 7, 517—550.
3. Germain J.P., *Contribution à la thèorie des houles en eau peu profonde*, Thèse de Doctorat, Grenoble 1967.
4. Germain J.P., *Sur une modification de la théorie des ondes en eau peu profonde*, C.R.A.S. 274, 1972, 997—1000.
5. Germain J.P., *Théorie générale des mouvements d'un fluide parfait pesant en eau peu profonde*, C.R.A.S. 273, 1971, 1093—1096.
6. Gulli L., *Passage d'une houle au-dessus d'une barrière verticale immergée en théorie de l'eau peu profonde*, Thèse de Spécialité, Grenoble 1975.
7. Keller J., *The solitary wave and periodic waves in shallow water*, Comm. on Pure and Appl. Math. 1, 1948, 323—339.
8. Littman W., *On the existence of periodic waves near critical speed*, Comm. on Pure and Appl. Math. 10, 1957, 241—269.
9. Wehausen J.V., Laitone E.V., *Surface waves*, Handbuch der Physik, Bd. 9, 1960, 667—714.